

МЕТОДИЧЕСКИЕ ЗАМЕТКИ

Динамическая модель кротовой норы
и модель Мультивселенной

А.А. Шацкий, И.Д. Новиков, Н.С. Кардашев

Рассмотрена методика получения аналитического решения уравнений общей теории относительности (ОТО), описывающего гипотетические объекты — кротовые норы, и методика анализа физических свойств этих объектов. Дано аналитическое решение уравнений ОТО, описывающее сферически-симметричную статическую и динамическую кротовую нору. Динамическое решение описывает в общем случае "проходимую" кротовую нору, т.е. такую, сквозь которую возможно прохождение материи, энергии и информации. Показана методика представления тензора энергии-импульса материи в кротовой норе в виде, позволяющем получить аналитическое решение уравнений ОТО, что с методической точки зрения чрезвычайно важно для успешного анализа свойств решения. Тензор энергии-импульса материи, заполняющей кротовую нору, представлен в виде суперпозиции сферически-симметричного магнитного (или электрического) поля и пылевой материи с отрицательной плотностью массы. Последняя компонента играет роль экзотической материи, необходимой для существования "проходимой" кротовой норы. Исследована динамика рассматриваемой модели. Рассмотрена аналогичная модель для уравнений Эйнштейна с Λ -членом. Проанализирована инфляция такой модели. Суперпозиция достаточного количества экзотической пыли, магнитного поля и Λ -члена может давать статичное решение. Это решение оказывается сферической моделью Мультивселенной с бесконечным числом сферических вселенных, соединенных кротовыми норами. Эта Мультивселенная может обладать положительной полной плотностью энергии во всем пространстве и, кроме этого, может не находиться в равновесии (т.е. быть динамичной).

PACS numbers: 04.20.-q, 04.40.-b, 04.70.-s

DOI: 10.3367/UFNr.0178.200805c.0481

Содержание

1. Введение (481).
2. Уравнения движения (482).
3. Интегрирование (483).
4. Начальные условия (484).
5. Решение без Λ -члена (484).
6. Решение $s=0$ с Λ -членом (485).
7. Статичное решение при наличии Λ -члена; модель Мультивселенной (486).
8. Заключение (486).
9. Приложения (487).

I. Начальные условия с ненулевой скоростью. II. Исследование пересечения соседних слоев. III. Квадратура для r' в решении с Λ -членом.

Список литературы (488).

1. Введение

В последнее время проблема кротовых нор (КН) в общей теории относительности (ОТО) обсуждалась во многих работах (см., например, [1–19]). Эта проблема актуальна как для теоретической физики, так и для астрофизики.

Кротовая нора — это гипотетический объект, описываемый несингулярным решением уравнений Эйнштейна с двумя большими (или бесконечными) областями пространства-времени, связанными горловиной. Рассматриваемые две большие области пространства-времени могут лежать в одной и той же Вселенной или даже принадлежать разным вселенным в модели Мультивселенной (см. [18]). В последнем случае "проходимые" КН представляют уникальную возможность исследовать другие Вселенные.

В настоящей статье, используя аналитические методы, мы исследовали динамику сферической модели КН, не находящейся в равновесии и заполненной материей. Эта материя состоит из магнитного (или электрического) поля и пыли с отрицательной плотностью массы. Таким образом, найденное решение представ-

А.А. Шацкий, Н.С. Кардашев. Астрокосмический центр, Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН, Профсоюзная ул. 84/32, 117997 Москва, Российская Федерация
Тел. 333-33-66; 333-21-89; 334-85-06. Факс 333-23-78
E-mail: shatskiy@asc.rssi.ru; nkardash@asc.rssi.ru
И.Д. Новиков. Астрокосмический центр, Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН, Профсоюзная ул. 84/32, 117997 Москва, Российская Федерация;
Niels Bohr Institute, Blegdamsvej 17, DK-2100 Copenhagen, Denmark;
Российский научный центр "Курчатовский институт", пл. Курчатова 1, 123182 Москва, Российская Федерация

Статья поступила 12 февраля 2008 г.,
после доработки 31 марта 2008 г.

ляет собой обобщение решения Толмена [20] для случая добавления к модели центрально-симметричного электромагнитного поля. Как будет видно далее, это обобщение приводит к существенно новым и важным решениям. При решении используется метод вычисления физических величин в сопутствующей материи системе отсчета. Данный метод был разработан А.Л. Зельмановым [21] и применен И.Д. Новиковым [22, 23] (см. также [16]) к сферически-симметричным задачам и затем использовался и развивался во многих задачах такого рода.

В качестве исходной модели КН мы используем статичную модель, в которой гравитационные ускорения везде тождественно равны нулю. Таким образом, эффективные массы обоих входов в горловину КН равны нулю, хотя геометрия трехмерного пространства, конечно, отличается от евклидовой геометрии. Такая модель приведена и проанализирована в работах [17, 19]. В этих работах вся материя в моделях является тяготеющим скалярным полем. Методически важным развитием и обобщением этих моделей оказалась эквивалентная замена скалярного поля суперпозицией электромагнитного поля и пылевой материи с отрицательной плотностью энергии, что и было сделано нами. Это позволило применить к расчету модели методы задачи Толмена (см. [20, 24, 25]), обобщенные и развитые А.А. Шацким (см. [26, 27]).

Результаты и методы данной статьи могут использоваться при обсуждении возможной эволюции КН в различных моделях Вселенной. В качестве дальнейшего развития и обобщения вышеуказанного метода мы ввели в модель космологический Λ -член. Его введение позволило получить принципиально новое решение (см. раздел 7) для статической и сферической модели Мультивселенной. Эта модель представляет собой бесконечное число сферических миров, соединенных горловинами. Насколько нам известно, это первая аналитическая модель такого рода.

Найденное решение для Мультивселенной может обладать положительной полной плотностью энергии во всем пространстве. Кроме этого, данное решение тем же методом можно обобщить для случая динамической модели, выведенной из положения равновесия избытком (или недостатком) пыли или Λ -члена.

В заключение этого раздела сделаем следующее методическое замечание. Нестационарные задачи в ОТО имеют принципиальное отличие от аналогичных задач в плоском пространстве-времени. В частности, в ОТО к эффектам движения (динамики) материи добавляются динамические эффекты деформации координатной решетки (в нашем методе — решетки, сопутствующей пыли). Отличить одно от другого, как правило, бывает очень сложно. В данной статье под термином "движение" мы будем понимать суперпозицию динамики и деформации.

2. Уравнения движения

Простейшее сферически-симметричное решение уравнений Эйнштейна для статичной кротовой норы (КН) имеет вид (см. [17])¹

$$\begin{aligned} ds^2 &= dt^2 - dR^2 - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2), \\ r^2(R) &= q^2 + R^2. \end{aligned} \quad (1)$$

¹ Единицы измерения выбираются в виде $c = 1$ и $G = 1$.

Таким образом получается, что $4\pi r^2$ — площадь сферы вокруг центра системы. Минимально возможный радиус этой КН $r_0 = q$ (радиус горловины)².

Обычно это решение связывают с тензором энергии-импульса скалярного поля (см. [17, 19]). В настоящей статье мы предлагаем другую интерпретацию данного решения, связанную с иным представлением тензора энергии-импульса. Эта новая интерпретация решения (1) может соответствовать тензору энергии-импульса, представимому в следующем виде:

$$\begin{aligned} T_m^n &= \begin{pmatrix} -\frac{q^2}{8\pi r^4} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & +\frac{q^2}{8\pi r^4} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{q^2}{8\pi r^4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{q^2}{8\pi r^4} \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} +\frac{q^2}{8\pi r^4} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & +\frac{q^2}{8\pi r^4} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{q^2}{8\pi r^4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{q^2}{8\pi r^4} \end{pmatrix} + \\ &+ \begin{pmatrix} -\frac{q^2}{4\pi r^4} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (2)$$

Первый член в правой части соответствует тензору энергии-импульса статичного электрического (или магнитного) поля с зарядом q , второй — пылевой материи с отрицательной плотностью энергии:

$$\varepsilon_d = -\frac{q^2}{4\pi r^4}. \quad (3)$$

Это возможное представление тензора T_m^n отличается от его эквивалентного представления в виде тензора энергии-импульса скалярного поля, принятого в предыдущих работах [17–30].

Избыток (или недостаток) пыли (относительно распределения ε_d) уже не будет находиться в равновесии и начнет движение. Благодаря независимости слоев пыли относительно друг друга, можно проинтегрировать уравнения движения для пыли аналогично решению задачи Толмена. По сути, это та же задача Толмена в центрально-симметричном и статичном электрическом (или магнитном) поле для незаряженной пыли.

Метрический тензор решения будем искать в виде³

$$ds^2 = dt^2 - \exp(\lambda) dR^2 - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2), \quad (4)$$

здесь r^2 и $\exp(\lambda)$ являются уже функциями не только R , но и t . Далее будет доказана правомерность такого выбора метрики.

² Здесь и далее все величины на горловине будем отмечать индексом "0".

³ Благодаря отсутствию давления у пыли, систему отсчета можно выбрать синхронно-сопутствующей (временная компонента метрики равна 1).

Рассмотрим задачу в присутствии Λ -члена. Уравнения Эйнштейна, соответствующие метрике (4), можно записать в виде⁴

$$8\pi T_t^t = 8\pi\varepsilon + \frac{q^2}{r^4} + \Lambda = -\exp(-\lambda) \frac{2rr_{,RR} + r_{,R}^2 - rr_{,R}\lambda_{,R} + rr_{,t}\lambda_{,t} + r_{,t}^2}{r^2} + \frac{1}{r^2}, \quad (5)$$

$$8\pi T_R^R = \frac{q^2}{r^4} + \Lambda = \frac{2rr_{,tt} + r_{,t}^2}{r^2} - \frac{\exp(-\lambda)r_{,R}^2}{r^2} + \frac{1}{r^2}, \quad (6)$$

$$8\pi T_t^R = 0 = \exp(-\lambda) \frac{2r_{,R}r_{,t} - r_{,R}\lambda_{,t}}{r}, \quad (7)$$

$$8\pi T_\theta^\theta = 8\pi T_\varphi^\varphi = -\frac{q^2}{r^4} + \Lambda = -\frac{\exp(-\lambda)(2r_{,RR} - r_{,R}\lambda_{,R}) - 2r_{,tt} - r\lambda_{,tt} - r\lambda_{,t}^2/2 - r_{,t}\lambda_{,t}}{2r}. \quad (8)$$

Таким образом, тензор энергии-импульса состоит из материи трех типов:

— центрально-симметричного электрического (или магнитного) поля;

— космологического Λ -члена и пылевой материи с плотностью⁵ ε .

3. Интегрирование

Интегрируя по времени уравнение (7), получаем:

$$\exp(-\lambda)r_{,R}^2 = F_1(R). \quad (9)$$

При этом на горловине должно выполняться условие: $r_{,R} = 0$, следовательно,

$$F_1(0) = 0. \quad (10)$$

Подставляя (9) в уравнение (6), получаем

$$\frac{q^2}{r^2} + \Lambda r^2 = \frac{(rr_{,t})_{,t}}{r_{,t}} - F_1 + 1. \quad (11)$$

Интегрирование этого уравнения по времени дает:

$$\frac{q^2}{r} - \frac{\Lambda r^3}{3} + rr_{,t}^2 + (1 - F_1)r = F_2(R). \quad (12)$$

Функции $F_1(R)$ и $F_2(R)$ определяют начальные условия для распределений скорости и плотности пыли.

Выражая $\lambda_{,t}$ и $\lambda_{,tt}$ из уравнения (7), уравнение (8) переписываем в виде:

$$\left[\frac{q^2}{r^2} + \Lambda r^2 + \exp(-\lambda)r_{,R}^2 - r_{,t}^2 - 2rr_{,tt} \right]_{,R} = 0. \quad (13)$$

При выполнении уравнения (6) интегрирование уравнения (13) приводит к тождеству. Это тождество является следствием приравнивания временной компо-

ненты метрики (4) единице, что доказывает допустимость такого выбора метрики.

С методической точки зрения стоит отметить, что для пыли возможность такого выбора метрики является очевидной, поскольку у пыли нет давления, поэтому сопутствующая система отсчета является одновременно и синхронной. Но при добавлении сферически-симметричного электромагнитного поля это уже не очевидно и найденное тождество является следствием отсутствия взаимодействия между незаряженной пылью и электромагнитным полем. Кроме того, лоренцево преобразование вдоль силовых линий магнитного поля не меняет этого поля, что позволяет использовать сопутствующую пыли систему отсчета. При движении в этой системе отсчета (вдоль поля) электромагнитное поле остается инвариантом. Если бы представление нашей метрики в виде выражения (4) было невозможно, то все дальнейшие вычисления не удалось бы довести до конца. Именно это неочевидное обстоятельство позволило столь успешно развить наш метод и получить аналитически все важные результаты!

Умножая уравнение (5) на $r^2r_{,R}$ и выражая $\lambda_{,t}$ из уравнения (7), получаем

$$8\pi\varepsilon r^2r_{,R} + \left[\frac{\Lambda r^3}{3} - \frac{q^2}{r} - r(1 - F_1) - rr_{,t}^2 \right]_{,R} = 0. \quad (14)$$

Интегрируя это выражение по R в пределах от 0 до R и учитывая (10), находим

$$\int_0^R 8\pi\varepsilon r^2r_{,R} dR - \frac{q^2}{r} + \frac{\Lambda r^3}{3} - r(1 - F_1) - rr_{,t}^2 = -\frac{q^2}{r_0} + \frac{\Lambda r_0^3}{3} - r_0 - r_0r_{0,t}^2. \quad (15)$$

Здесь было учтено, что функция $r(R=0) = r_0(t)$ может зависеть от времени.

Подставляя в (15) величину $rr_{,t}^2$, выраженную из (12), получаем

$$\int_0^R 8\pi\varepsilon r^2r_{,R} dR = F_2(R) - \frac{q^2}{r_0} - r_0 + \frac{\Lambda r_0^3}{3} - r_0r_{0,t}^2. \quad (16)$$

Производная этого выражения по R дает еще один интеграл движения (выражающий сохранение массы в сопутствующем объеме):

$$8\pi\varepsilon r^2r_{,R} = \frac{dF_2}{dR}. \quad (17)$$

Тождества Бианки⁶

$$T_{m;n}^n = \frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{\partial(T_m^n \sqrt{-g})}{\partial x^n} - \frac{T^{nl}}{2} \frac{\partial g_{nl}}{\partial x^m} = 0 \quad (18)$$

содержатся в уравнениях Эйнштейна, их компоненты $m = t, \theta, \varphi$ тождественно обращаются в нуль, а компонента $m = R$ дает результат (17), который является аналогом интеграла для чисто пылевого решения (см. [31, §103]) в теории эволюции пылевого облака. Явное выражение для функции $\exp(\lambda)(R, t) = r_{,R}^2/F_1$ и неявное для функции $r^2(R, t)$ получены в разделе 5.

⁴ Вывод этих уравнений можно посмотреть, например, в [31] (задача 5 § 100).

⁵ В отсутствие Λ -члена для совпадения решения (4) с решением (1) необходимо, чтобы плотность ε была равна плотности ε_d (см. (3)).

⁶ Здесь g — детерминант метрического тензора.

4. Начальные условия

Далее индексом "i" обозначаем все величины в начальный момент $t = 0$. Зададим нулевое начальное распределение скорости:

$$r_{,t}|_{t=0} = 0. \quad (19)$$

Вариант с ненулевой начальной скоростью рассмотрен в приложении I. Заметим, что во всех случаях выбор начальных условий не произволен, а должен удовлетворять ограничениям, накладываемым уравнениями (5) и (7). Эти уравнения не содержат вторых производных по времени и, как известно (см. [29]), при выполнении на начальном сечении условия $t = \text{const}$ и справедливости остальных уравнений Эйнштейна автоматически выполняются для всех значений t .

Выберем в начальный момент масштаб координаты R в (4), так что

$$r_i = \sqrt{q^2 + R^2}, \quad \varepsilon_{di} \equiv \varepsilon_d(r_i) = -\frac{q^2}{4\pi r_i^4}. \quad (20)$$

При этом $r_i(R)$ совпадает с (1) и выражение (10) выполняется автоматически. Введем обозначение

$$\begin{aligned} s(r_i) &\equiv \frac{1}{r_i} \int_0^R 8\pi(\varepsilon_i - \varepsilon_{di}) r_i^2 r_{i,R} dR = \\ &= \frac{1}{r_i} \int_q^{r_i} 8\pi \varepsilon_i r_i^2 dr_i + 2\frac{q}{r_i} \left(1 - \frac{q}{r_i}\right). \end{aligned} \quad (21)$$

Величина s имеет смысл удвоенного ньютоновского потенциала пылевой материи, избыточной по отношению к ε_d (см. (20)). Связь этого потенциала с функциями F_1 и F_2 устанавливается из (15) и (16) в начальный момент:

$$F_1 = 1 - s - \frac{q^2}{r_i^2} - \frac{A}{3} \left(r_i^2 - \frac{q^3}{r_i}\right), \quad (22)$$

$$F_2 = r_i \left(s + 2\frac{q^2}{r_i^2} - \frac{Aq^3}{3r_i}\right). \quad (23)$$

Из (9) следует, что $F_1 \geq 0$. Согласно (22), это накладывает ограничение на распределение $s(R)$.

Из уравнения (6) находится величина $r_{,tt}$ в начальный момент:

$$r_{,tt} = -\frac{s}{2r_i} + \frac{Ar_i}{3} + \frac{Aq^3}{6r_i^2} \quad \text{при } t = 0. \quad (24)$$

Из уравнения (24) видно, что при $A = 0$ динамика отсутствует в области, где $s = 0$ (по крайней мере, до момента пересечения слоев пыли, когда рассматриваемая модель уже становится неприменимой).

5. Решение без A -члена

Рассмотрим подробно случай $A = 0$.

Из (24) следует, что при $A = 0$ размеры горловины КН остаются постоянными [$r_0(t) = q$] во всей допустимой области значений R и t искомого решения — до тех пор, пока через горловину не потечет материя. Кроме того, выражение (24) означает, что динамика материи в КН зависит только от внутренних слоев материи (с меньшими значениями r) и не зависит от внешних слоев материи. Поэтому материя с одной стороны горловины никак не влияет на материя с другой ее стороны (пока

через горловину нет потока материи или пока не произойдет пересечение слоев).

Непосредственно из (24) можно убедиться, что в начальный момент при $s > 0$ ускорение $r_{,tt}$ отрицательно, поэтому избыточная масса пыли будет коллапсировать.

Введем определение горизонта видимости.

Критерием отсутствия горизонта (видимости) при коллапсе будет неравенство

$$V < 1 \quad (25)$$

для скорости пыли (см. также [23, 26, 27, 32] и (12)), где скорость пыли V определяется как

$$\begin{aligned} V^2 &\equiv \frac{r_{,t}^2 \exp(\lambda)}{r_{,R}^2} = \frac{r_{,t}^2}{F_1} = \\ &= \frac{(s + 2q^2/r_i^2) r_i/r - s - q^2/r_i^2 - q^2/r^2}{1 - s - q^2/r_i^2}. \end{aligned} \quad (26)$$

При $q = 0$ этот результат совпадает с решением для коллапсирующей пыли (см. [26]).

Для того чтобы избежать неопределенности типа $0/0$ у функции V^2 на горловине в начальный момент ($F_1[r_i \rightarrow r_0] \rightarrow 0$), необходимо обеспечить более быструю сходимости к нулю функции $r_{,t}^2(t = 0, r_i \rightarrow r_0)$, чем функции $F_1(r_i \rightarrow r_0)$ (см. приложение I).

Из (12) можно найти закон движения пылевого слоя:

$$\begin{aligned} t &= \int_{r_i}^r \frac{-r dr}{\sqrt{(F_1 - 1)r^2 + F_2 r - q^2}} = \\ &= \int_{r_i}^r \frac{-r dr}{r_i \sqrt{(1 - r/r_i)[(s + q^2/r_i^2)r/r_i - q^2/r_i^2]}}. \end{aligned} \quad (27)$$

Эта квадратура элементарно интегрируется:

$$\begin{aligned} t &= r_i \frac{\sqrt{(1 - r/r_i)[(s + q^2/r_i^2)r/r_i - q^2/r_i^2]}}{s + q^2/r_i^2} + \\ &+ r_i \frac{s + 2q^2/r_i^2}{2(s + q^2/r_i^2)^{3/2}} \arccos \left[1 - \frac{2(s + q^2/r_i^2)(1 - r/r_i)}{s} \right], \end{aligned} \quad (28)$$

или в другой форме:

$$\begin{aligned} t &= r_i \left[\frac{\sqrt{(1 - r/r_i)[(s + q^2/r_i^2)r/r_i - q^2/r_i^2]}}{s + q^2/r_i^2} + \right. \\ &\left. + \frac{s + 2q^2/r_i^2}{(s + q^2/r_i^2)^{3/2}} \arctan \sqrt{\frac{(s + q^2/r_i^2)(1 - r/r_i)}{(s + q^2/r_i^2)r/r_i - q^2/r_i^2}} \right]. \end{aligned} \quad (29)$$

Таким образом, движение пылевых слоев зависит от избыточного потенциала s и начального расстояния от горловины КН: r_i/q .

Однако физически корректным рассмотрение этой модели может быть только до момента возможного пересечения пылевых слоев. Это связано с тем, что после пересечения в сопутствующей материи системе появляется встречный поток энергии (от пересекаемых слоев материи), который не учтен в тензоре энергии-импульса. Пересечение соседних слоев материи соответствует бесконечной плотности энергии. Это соответствует условию $r_{,R} = 0$ (или $dr/dr_i = 0$) (см. (20)). Дифференцирование выражения (29) по r_i позволяет определить

функцию $dr/dr_i(r, s, q)$ в явном виде. Дифференцирование левой части (29) дает нуль. Обозначая штрихом производную по r_i , выражая все расстояния в единицах r_i и опуская промежуточные громоздкие вычисления, приведем окончательный результат для этой функции:

$$r' = 1 + \frac{(1-r)\{s'(s'-2q^2)[2q^2-r(s+q^2)] - q^2(s+2q^2)(2s'+s)\}}{2rs(s+q^2)^2} + \frac{[2s(s+q^2) + (2q^2-s')(s+4q^2)]\sqrt{(1-r)[(s+q^2)r - q^2]}}{2r(s+q^2)^{3/2}} \times \arctan \sqrt{\frac{(s+q^2)(1-r)}{(s+q^2)r - q^2}}. \quad (30)$$

Использовать эту формулу для определения момента пересечения несоседних слоев нельзя, так как пересечение с несоседними слоями не приводит ни к каким особенностям для пыли. Очевидно, что пересечение несоседних слоев происходит после пересечения соседних и не может распространяться со скоростью, превышающей скорость света. Поэтому построив диаграммы $t(r_i)$ для световых конусов и кривую, соответствующую пересечению соседних слоев ($r' = 0$), можно определить области, заведомо свободные от пересечения слоев (см. рисунок).

Используя формулу (26), можно сделать ряд важных выводов.

1. Образование горизонта возможно не всегда, а только при достаточно больших параметрах s :

$$s > 2\frac{q}{r_i} \left(1 - \frac{q}{r_i}\right). \quad (31)$$

После появления горизонта КН становится "непроходимой". Однако еще до достижения горизонта может возникнуть пересечение слоев пыли.

2. Область значений функции $t(r, r_i)$ ограничена максимальным временем t_{stop} (от начала движения до оста-

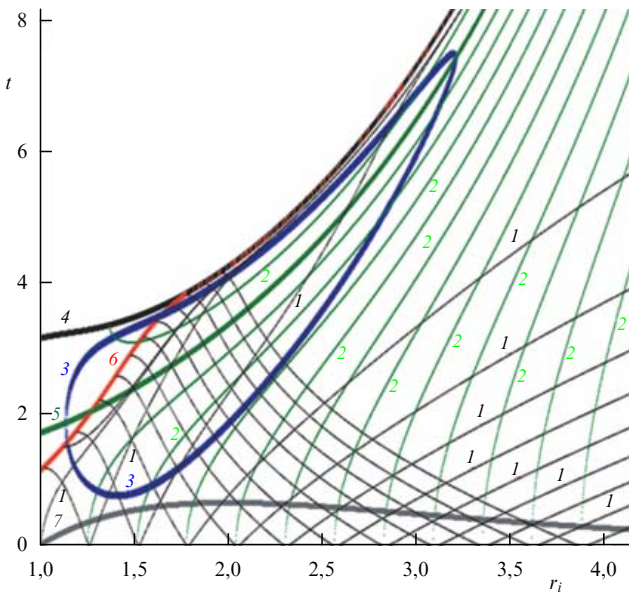


Рисунок. Диаграммы $t(r_i)$: 1 — для световых геодезических, 2 — для $r = \text{const}$, 3 — для горизонта видимости и внутреннего горизонта, 4 — для предельного времени остановки, 5 — для горловины $r = q$, 6 — для момента пересечения соседних слоев пыли, 7 — зависимость $s(r_i) = 0,7(r_i/q - 1) \exp(2 - r_i/q)$ — масштаб для величины s по вертикальной оси совпадает с масштабом времени t .

новки). Это время соответствует в (28) равенству минус единице аргумента в арксинусе (или нулю подкоренного выражения в той же формуле):

$$t_{\text{stop}} = \frac{\pi r_i (s + 2q^2/r_i^2)}{2(s + q^2/r_i^2)^{3/2}}. \quad (32)$$

Время t_{stop} соответствует отклонению $\Delta r \approx sr_i^3/q^2$ от начального положения. При малых отклонениях (соответствующих малым значениям s) возникают гармонические колебания с периодом $T = 2t_{\text{stop}} \approx 2\pi r_i^2/q$ (см. приложение II).

3. Существование второго (меньшего) корня в уравнении $V^2(r) = 1$ означает появление второго (внутреннего) горизонта в системе (см. рисунок).

6. Решение $s = 0$ с Λ -членом

Рассмотрим ситуацию, в которой $s = 0$, тогда уравнение (6) принимает вид

$$2rr_{,t} = \Lambda r^2 + q^2 \left(\frac{1}{r^2} - \frac{1}{r_i^2}\right) - \frac{\Lambda}{3} \left(r_i^2 - \frac{q^3}{r_i}\right) - r_{,t}^2, \quad (33)$$

а уравнение (12) принимает вид

$$r_{,t}^2 = (r - r_i) \left[-\frac{q^2}{r^2 r_i^2} (r - r_i) + \frac{\Lambda}{3} \left(r + r_i + \frac{q^3}{rr_i}\right) \right]. \quad (34)$$

Из последних двух уравнений видно, что при $s = 0$ материя начинает раздуваться из состояния покоя (инфляция за счет Λ -члена). Если безразмерный параметр

$$a \equiv \Lambda q^2 \quad (35)$$

больше некоторого критического значения a_{cr} , то инфляция продолжается неограниченно во всем объеме ($q \leq r_i \leq r < \infty$), вплоть до образования внешнего горизонта $V^2(r) = 1$. Значение a_{cr} находится из условия максимума выражения для параметра a , полученного приравниванием нулю второго множителя (в квадратных скобках) выражения (34):

$$a_{\text{cr}} = \max \left[\frac{3\tilde{q}^4(1-\tilde{r})\tilde{r}^2}{1+\tilde{r}+\tilde{r}^2\tilde{q}^3} \right] \approx 0,22, \quad \tilde{r} \equiv \frac{r_i}{r}, \quad \tilde{q} \equiv \frac{q}{r_i}. \quad (36)$$

При значениях параметра $a < a_{\text{cr}}$ возникает участок, на котором раздувание останавливается. Этот участок начинает появляться на горловине и по мере уменьшения параметра a расширяется в сторону больших начальных значений радиуса r_i .

При $r/r_i \rightarrow \infty$ инфляция происходит экспоненциально: $r \propto \exp(t\sqrt{\Lambda/3})$.

Для функции r' можно найти выражение в квадратурах (см. приложение III):

$$r' = 1 + \sqrt{r - r_i} \exp \left(- \int_{r_i}^r P_2(x) dx \right) \int_{r_i}^r \frac{Q_2(r) - P_2(r)}{\sqrt{r - r_i}} \times \exp \left(\int_{r_i}^r P_2(x) dx \right) dr,$$

$$P_2 = \frac{r_i^2/(2r^2) - r_i^2(r - r_i)/r^3 - a/2[1 - q^3/(r^2 r_i)]}{-r_i^2(r - r_i)/r^2 + a[r + r_i + q^3/(rr_i)]},$$

$$Q_2 - P_2 = \frac{a + (r + r_i)[r_i(r - r_i)/r^3 - aq^3/(2r^2 r_i^2)]}{-r_i^2(r - r_i)/r^2 + a[r + r_i + q^3/(rr_i)]}. \quad (37)$$

Благодаря этому выражению можно найти области, в которых инфляция происходит без пересечения слоев пыли.

7. Статичное решение при наличии Λ -члена; модель Мультивселенной

Пыль с положительной массой, избыточная по отношению к ε_d , ускоряется к центру в начальный момент (без Λ -члена). Λ -член без избыточной пыли приводит к раздувающемуся решению в начальный момент (см. (24)). На горловине КН потенциал $s = 0$, а Λ -член на горловине дает ненулевой вклад в ускорение материи. Скомпенсировать этот вклад на горловине (и вблизи нее) нечем (см. (6)) при $r_{,t} = r_{,tt} = 0$ и $r = q$. Таким образом, статичного решения для КН с радиусом горловины $r_0 = q$ и Λ -членом не существует.

Тем не менее такое решение существует для КН с Λ -членом и $r_0 \neq q$. Это статичное решение легко получить из уравнений (5), (6) и (8) (при условиях $r_{,t} = 0$ и $r_{,tt} = 0$).

Метрика статичной КН определяется выражением (1) с учетом того, что теперь $r^2(R) \neq q^2 + R^2$.

Из (6) получаем $r_{,R}^2 = 1 - q^2/r^2 - \Lambda r^2$ и легко находим выражение для радиуса горловины r_0 :

$$\begin{aligned} \Lambda r_0^4 - r_0^2 + q^2 = 0 &\Rightarrow r_0^2 = \frac{1 - \sqrt{1 - 4\Lambda q^2}}{2\Lambda} \rightarrow \\ &\rightarrow q^2(1 + \Lambda q^2) \text{ при } \Lambda q^2 \rightarrow 0, \end{aligned} \quad (38)$$

а также зависимость $r(R)$:

$$r^2(R) = \frac{1 - \sqrt{1 - 4\Lambda q^2} \cos(2\sqrt{\Lambda}R)}{2\Lambda}. \quad (39)$$

Распределение ε для этого решения определяется⁷ из (5):

$$\varepsilon = \frac{\Lambda}{4\pi} - \frac{q^2}{4\pi r^4}. \quad (40)$$

Таким образом, в статичном решении с Λ -членом радиус горловины и плотность пыли оказываются больше, чем без Λ -члена.

Полная плотность энергии в статичном решении с Λ -членом равна:

$$T_t^t = \frac{3\Lambda}{8\pi} - \frac{q^2}{8\pi r^4}. \quad (41)$$

Условие неотрицательности величины T_t^t во всем пространстве (при $r \geq r_0$) имеет вид

$$T_t^t \geq 0 \text{ при } a = \Lambda q^2 \geq \frac{3}{16}. \quad (42)$$

Таким образом, в присутствии Λ -члена могут быть найдены решения для кротовых нор с положительной плотностью полной энергии.

Из (39) можно получить максимально-допустимый радиус статичной метрики с Λ -членом:

$$r_{\max}^2 = \frac{1 + \sqrt{1 - 4\Lambda q^2}}{2\Lambda} \rightarrow \frac{1}{\Lambda} \text{ при } \Lambda q^2 \rightarrow 0. \quad (43)$$

⁷ При этом недостающая величина $r_{,RR} = q^2/r^3 - \Lambda r$ может быть получена из выражения (8) или прямым дифференцированием выражения (39).

За этим радиусом Вселенная опять начинает сужаться до новой горловины.

Решение (39) описывает статичную Мультивселенную (Multiverse) с бесконечным числом горловин. При отсутствии заряда ($q = 0$) это решение оказывается космологическим решением без кротовой норы, соответствующим закрытой изотропной модели Вселенной (см. [31, § 112]).

При избытке (или недостатке) пылевой части плотности энергии или Λ -члена относительно (40), найденное решение для Мультивселенной становится динамическим. Его аналитическое исследование затруднено необходимостью решения алгебраического уравнения 4-й степени и вычисления квадратуры типа (37) для определения момента пересечения слоев пыли.

8. Заключение

В данной статье мы обобщили и развили методику, предложенную ранее в работах [20–23, 25], и применили ее к новым проблемам современной космологии. Мы нашли аналитические решения уравнений ОТО, описывающие динамику модели "проходимой" кротовой норы и проанализировали эти решения. Приведенные решения получены впервые. Подчеркнем важность полученных результатов для анализа общих свойств "проходимых" кротовых нор. Получено также решение, описывающее сферически-симметричную модель Мультивселенной. Мы не касались здесь анализа свойств геодезических, описывающих движение частиц и другой материи (энергии, информации) сквозь кротовую нору и в ее окрестности. Эти проблемы, важные, в первую очередь, для анализа возможных наблюдательных проявлений подобных объектов, рассматриваются нами в отдельной статье (см., например, [11]).

В заключение сделаем замечание, касающееся термина "Мультивселенная". Этот термин применяется в физике и космологии в двух различных смыслах.

Во-первых, под этим термином подразумевается возможность параллельного существования многих или даже бесконечного числа различных Миров, возможно, возникших из квантового вакуума (в некотором смысле в разных местах и в разное время). Именно в таком смысле этот термин употребляется в данной работе.

Во-вторых, под этим термином иногда понимается совокупность различных реальностей в эвереттовской интерпретации квантовой механики. Использование одного термина для разных понятий иногда ведет к путанице. На наш взгляд, следует использовать разные названия для этих разных понятий. Мы предлагаем сохранить термин "Мультивселенная" в космологии, а совокупность миров в трактовке Эверета (по предложению М.Б. Менского) называть "Альтерверс", имея в виду различные классические альтернативы эвереттовского мира.

Благодарности. Мы благодарны сотрудникам отдела теоретической астрофизики ФИАН за обсуждения. Работа поддержана РФФИ, коды проектов: 07-02-01128-а, 08-02-00090-а, научными школами НШ-626.2008.2, НШ-2469.2008.2 и программой РАН "Происхождение и эволюция звезд и галактик 2008".

9. Приложения

I. Начальные условия с ненулевой скоростью

На горловине КН в выражении для V^2 (26) существует неопределенность типа $0/0$. Для того чтобы устранить эту неопределенность, требуется рассмотреть модель с ненулевой начальной скоростью материи. Введем обозначения:

$$1 - \frac{q}{r_i} \equiv \alpha, \quad \frac{r_i}{r} - 1 \equiv \beta, \quad r_{,t}^2|_{(t=0)} \equiv \gamma. \quad (44)$$

Считаем, что $\Lambda = 0$. Выпишем выражения для функций F_1 и F_2 с учетом того, что $\gamma \neq 0$ (см. (15) и (12) соответственно):

$$F_1 = 1 - s - \frac{q^2}{r_i^2} + \gamma - \frac{\gamma_0 q}{r_i}, \quad F_2 = r_i \left(s + \frac{2q^2}{r_i^2} + \frac{\gamma_0 q}{r_i} \right). \quad (45)$$

Выпишем выражение для V^2 (26) с учетом (12) и ненулевой начальной скорости:

$$V^2 = \frac{-s - q^2/r_i^2 + \gamma - \gamma_0 q/r_i + (s + 2q^2/r_i^2 + \gamma_0 q/r_i) r_i/r - q^2/r^2}{1 - s - q^2/r_i^2 + \gamma - \gamma_0 q/r_i}. \quad (46)$$

В окрестности горловины КН и начального момента времени функции α и β являются малыми величинами. Из (21) в линейном приближении по α имеем

$$s \approx \alpha \varkappa, \quad \varkappa = 8\pi r_i^2 (\varepsilon_i - \varepsilon_d) \approx 8\pi \varepsilon_0 q^2 + 2 < 2.$$

Перепишем выражение (46) в линейном приближении по α и β . С учетом всех преобразований в итоге получим

$$V^2 \approx \frac{\gamma + \gamma_0 \beta}{\gamma - \gamma_0(1 - \alpha) + \alpha(2 - \varkappa)} \rightarrow \frac{\gamma_0(1 + \beta)}{\alpha(\gamma_0 + 2 - \varkappa)} \quad \text{при } \gamma \rightarrow \gamma_0. \quad (47)$$

Отсюда видно, что условием несингулярности V^2 в горловине является требование $\gamma_0 = 0$. Тогда

$$V^2 \approx \frac{\gamma}{\gamma + \alpha(2 - \varkappa)}. \quad (48)$$

Выражение (48) для V^2 является регулярным и лишено неопределенностей при условии того, что функция γ стремится к нулю в горловине быстрее, чем функция α . В этом случае на горловине скорость изменения радиуса r равна нулю (как и должно быть по определению горловины). В линейном приближении по β функция V^2 не зависит от времени вблизи горловины.

II. Исследование пересечения соседних слоев

Рассмотрим модель без Λ -члена с $s > 0$. В этом случае избыточная материя будет коллапсировать, т.е. $r \leq r_i$.

Лемма. Всегда существует ненулевой интервал времени $[0, t]$, внутри которого пересечение соседних слоев отсутствует.

Из формулы (30) видно, что для ненулевых значений потенциала s это очевидно. Остается единственная точка

— точка, соответствующая $s = 0$, для которой это утверждение требует доказательства.

Детально изучим асимптотику $s \rightarrow 0$:

$$s \ll \frac{q^2}{r_i^2} \leq 1. \quad (49)$$

Допустимый диапазон изменения радиуса (до точки остановки) $r \geq q^2/(sr_i + q^2/r_i)$ дает

$$1 - \frac{r}{r_i} \leq \frac{s}{s + q^2/r_i^2} \leq \frac{s}{q^2/r_i^2} \ll 1. \quad (50)$$

Последним членом в (30) можно пренебречь (по сравнению с предпоследним — ввиду отсутствия там в знаменателе величины s). Более детально это можно доказать, рассмотрев по очереди три возможных варианта (других вариантов нет) для соотношения числителя и знаменателя в подкоренном выражении арктангенса:

1. $\left(s + \frac{q^2}{r_i^2}\right) \left(1 - \frac{r}{r_i}\right) \ll \left(s + \frac{q^2}{r_i^2}\right) \frac{r}{r_i} - \frac{q^2}{r_i^2}$.
2. $\left(s + \frac{q^2}{r_i^2}\right) \left(1 - \frac{r}{r_i}\right) \sim \left(s + \frac{q^2}{r_i^2}\right) \frac{r}{r_i} - \frac{q^2}{r_i^2}$.
3. $\left(s + \frac{q^2}{r_i^2}\right) \left(1 - \frac{r}{r_i}\right) \gg \left(s + \frac{q^2}{r_i^2}\right) \frac{r}{r_i} - \frac{q^2}{r_i^2}$.

Таким образом, оставляя главные члены, получаем асимптотику выражения (30):

$$r' \rightarrow 1 + \frac{(1 - r/r_i)[-q^2 2q^2 2r_i s']}{2sq^4} = 1 - \frac{2r_i s'(1 - r/r_i)}{s}. \quad (51)$$

Аналогично, первым членом в правой части выражения (28) можно пренебречь (по сравнению со вторым), отсюда получаем асимптотику для времени:

$$\cos\left(\frac{tq}{r_i^2}\right) \rightarrow 1 - \frac{2q^2}{sr_i^2} \left(1 - \frac{r}{r_i}\right) \Rightarrow \Rightarrow r \rightarrow r_i + \frac{sr_i^3}{2q^2} \left[\cos\left(\frac{tq}{r_i^2}\right) - 1\right]. \quad (52)$$

Сопоставляя выражения (51) и (52), получаем искомую асимптотику при $s \rightarrow 0$:

$$r' \rightarrow 1 - \frac{2r_i^3 s'}{q^2} \sin^2\left(\frac{tq}{2r_i^2}\right). \quad (53)$$

Это и доказывает лемму.

Кроме того, выражение (52) говорит о гармонической динамике (колебаниях) при $s \rightarrow 0$ и $2r_i^3 s'/q^2 < 1$.

III. Квадратура для r' в решении с Λ -членом

Дифференцируем $r_{,t}^2$ по r_i :

$$\frac{dr_{,t}^2}{dr_i} = 2r_{,t} r'_{,t} = 2r_{,t}^2 \frac{dr'}{dr} \Rightarrow \frac{dr'}{dr} = \frac{1}{2r_{,t}^2} \frac{dr_{,t}^2}{dr_i}. \quad (54)$$

Подставляя в (54) выражение (34) и дифференцируя его по r_i , получаем для функции $y(r) \equiv r'$ следующее уравнение:

$$\frac{dy}{dr} + P(r)y = Q(r). \quad (55)$$

Здесь функции $P(r) \equiv P_1(r) + P_2(r)$ и $Q(r) \equiv Q_1(r) + Q_2(r)$ определяются следующими выражениями (для удобства

величина r_1 далее полагается равной единице):

$$\begin{aligned} P_1 &= \frac{-1}{2(r-1)}, \\ P_2 &= \frac{1/(2r^2) - (r-1)/r^3 - (a/2)(1-q^3/r^2)}{(1-r)/r^2 + a(1+r+q^3/r)}, \\ Q_1 &= \frac{-1}{2(r-1)}, \\ Q_2 &= \frac{1/(2r^2) + (r-1)/r^2 + (a/2)(1-q^3/r)}{(1-r)/r^2 + a(1+r+q^3/r)}. \end{aligned} \quad (56)$$

Уравнение (55) имеет стандартное решение:

$$\begin{aligned} y(r) &= \exp \left[- \int_{r_1}^r P(x) dx \right] \times \\ &\times \left\{ \int_{r_2}^r Q(r) \exp \left[+ \int_{r_1}^r P(x) dx \right] dr + C_1 \right\}. \end{aligned} \quad (57)$$

Константы C_1 , r_1 и r_2 определяются из начальных условий. Экспоненту переписываем в следующем виде (первое слагаемое с P_1 интегрируется):

$$\exp \left[\int_{r_1}^r P(x) dx \right] = \frac{C_2}{\sqrt{r-1}} \exp \left[\int_1^r P_2(x) dx \right]. \quad (58)$$

После этого часть интеграла в фигурных скобках (57), соответствующая Q_1 , тоже интегрируется (по частям), что приводит к следующему результату:

$$\begin{aligned} y(r) &= \sqrt{r-1} \exp \left[- \int_1^r P_2(x) dx \right] \times \\ &\times \left\{ \frac{1}{\sqrt{r-1}} \exp \left[+ \int_1^r P_2(x) dx \right] \right|_{r_2}^r - \\ &- \int_{r_2}^r \frac{P_2(r)}{\sqrt{r-1}} \exp \left[+ \int_1^r P_2(x) dx \right] dr + \\ &+ \int_{r_2}^r \frac{Q_2(r)}{\sqrt{r-1}} \exp \left[+ \int_1^r P_2(x) dx \right] dr + C_1 \right\}. \end{aligned} \quad (59)$$

После этого можно переопределить нижние пределы интегрирования и определить константу C_1 в соответствии с начальными условиями. Итоговое выражение для функции $y(r) = r'$ представлено в (37).

Список литературы

1. Hawking S W, in *Black Holes and the Structure of the Universe* (Eds C Teitelboim, J Zanelli) (Singapore: World Scientific, 2000) p. 23

Dynamic wormhole and the multi-universe model

A.A. Shatskii, N.S. Kardashev

Astro-Space Centre of the P.N. Lebedev Physical Institute, Russian Academy of Sciences,

Profsoyuznaya ul. 84/32, 117997 Moscow, Russian Federation

Tel. (7-495) 333-3366; 333-2189; 334-8506. Fax (7-495) 333-2378. E-mail: shatskiy@asc.rssi.ru; nkardash@asc.rssi.ru.

I.D. Novikov

Astro-Space Centre of the P.N. Lebedev Physical Institute, Russian Academy of Sciences,

Profsoyuznaya ul. 84/32, 117997 Moscow, Russian Federation;

Niels Bohr Institute, Blegdamsvej 17, DK-2100 Copenhagen, Denmark;

Russian Research Centre 'Kurchatov Institute', pl. Kurchatova 1, 123182 Moscow, Russian Federation

An analytical solution methodology for general theory of relativity (GTR) equations describing the hypothetical phenomenon of wormholes is presented and how to analyze wormholes in terms of their physical properties is discussed. An analytical solution of GTR equations for static and dynamic wormholes of spherical symmetry is given. The dynamic solution generally describes a 'traversable' wormhole, i. e., one allowing matter, energy and information to pass through itself. It is shown how the energy-momentum tensor of matter in a wormhole can be represented in a form allowing GTR equations to be solved analytically, which is of crucial methodological importance for analyzing the properties of the solution obtained. The energy-momentum tensor of wormhole matter is represented as a superposition of a spherically symmetric magnetic (or electric) field and negative density dust matter, serving as exotic matter necessary for a 'traversable' wormhole to exist. The dynamics of the model are investigated. A similar model is considered (and analyzed in terms of inflation) for Einstein's equations with a Λ term. Superposing enough dust matter, magnetic field and Λ term can produce a static solution, which turns out to be a spherical multiple universe model with an infinite number of wormhole-connected spherical universes. This multiple universe can have its total energy density positive everywhere in space, and in addition can be off-equilibrium (i. e., dynamic).

PACS numbers: 04.20. -q, 04.40. -b, 04.70. -s

Bibliography — 32 references

Uspekhi Fizicheskikh Nauk 178 (5) 481 – 488 (2008)

2. Lobo F S N *Phys. Rev. D* 71 084011 (2005)
3. Shinkai H, Hayward S A *Phys. Rev. D* 66 044005 (2002)
4. Morris M S, Thorne K S *Am. J. Phys.* 56 395 (1988)
5. Новиков И Д *ЖЭТФ* 95 769 (1989) [Novikov I D *Sov. Phys. JETP* 68 439 (1989)]
6. Novikov I D *Phys. Rev. D* 45 1989 (1992)
7. Hawking S W *Phys. Rev. D* 46 603 (1992)
8. Visser M *Lorentzian Wormholes: from Einstein to Hawking* (Woodbury, NY: AIP, 1995)
9. Шацкий А А *Астрон. журн.* 81 579 (2004) [Shatskii A A *Astron. Rep.* 48 525 (2004)]
10. Шацкий А А *Астрон. журн.* 84 99 (2007) [Shatskii A A *Astron. Rep.* 51 81 (2007)]
11. Кардашев Н С, Новиков И Д, Шацкий А А *Астрон. журн.* 83 675 (2006) [Kardashev N S, Novikov I D, Shatskii A A *Astron. Rep.* 50 601 (2006)]
12. Kardashev N S, Novikov I D, Shatskiy A A *Int. J. Mod. Phys. D* 16 909 (2007)
13. Новиков И Д, Кардашев Н С, Шацкий А А *УФН* 177 1017 (2007) [Novikov I D, Kardashev N S, Shatskii A A *Phys. Usp.* 50 965 (2007)]
14. Черепашук А М *Вестн. МГУ, Сер. 3, Физ. Астрон.* (2) 62 (2005) [Cherepashchuk A M *Moscow Univ. Phys. Bull.* 60 (2) 74 (2005)]
15. Bronnikov K A, Starobinsky A A *Письма в ЖЭТФ* 85 3 (2007) [*JETP Lett.* 85 1 (2007)]; gr-qc/0612032
16. Frolov V P, Novikov I D *Black Hole Physics: Basic Concepts and New Developments* (Fundamental Theories of Physics, Vol. 96) (Dordrecht: Kluwer, 1998)
17. Armendáriz-Picón C *Phys. Rev. D* 65 104010 (2002); gr-qc/0201027
18. Carr B (Ed.) *Universe or Multiverse?* (Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2007)
19. Ellis H G J. *Math. Phys.* 14 104 (1973)
20. Tolman R C *Proc. Natl. Acad. Sci. USA* 20 169 (1934)
21. Зельманов А Л *ДАН СССР* 107 815 (1956) [Zel'manov A L *Sov. Phys. Dokl.* 1 227 (1956)]
22. Новиков И Д *Вестн. МГУ, Сер. 3, Физ. Астрон.* (5) 90 (1962)
23. Новиков И Д *Вестн. МГУ, Сер. 3, Физ. Астрон.* (6) 61 (1962)
24. Oppenheimer J R, Snyder H *Phys. Rev.* 56 455 (1939)
25. Saibal R et al. *Int. J. Mod. Phys. D* 16 1745 (2007)
26. Шацкий А А, Андреев А Ю *ЖЭТФ* 116 353 (1999) [Shatskii A A, Andreev A Yu *JETP* 89 189 (1999)]
27. Шацкий А А *ЖЭТФ* 131 851 (2007) [Shatskii A A *JETP* 104 743 (2007)]
28. Фишер И *ЖЭТФ* 18 636 (1948)
29. Janis I, Newman E T, Winicour J *Phys. Rev. Lett.* 20 878 (1968)
30. Wуman M *Phys. Rev. D* 24 839 (1981)
31. Ландау Л Д, Лифшиц Е М *Теория поля* (М.: Наука, 1988) [Translated into English: Landau L D, Lifshitz E M *The Classical Theory of Fields* (Oxford: Pergamon Press, 1983)]
32. Зельдович Я Б, Новиков И Д *Релятивистская астрофизика* (М.: Наука, 1967) [Translated into English: Zel'dovich Ya B, Novikov I D *Relativistic Astrophysics* Vol. 1 *Stars and Relativity* (Chicago: Univ. of Chicago Press, 1971)]

DOI: 10.3367/UFN.0178.200805c.0481

Received 12 February 2008, revised 31 March 2008

Physics – Uspekhi 51 (5) (2008)