

538.145

**НЕРАВЕНСТВА БЕЛЛА И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ПРОВЕРКА  
КВАНТОВЫХ КОРРЕЛЯЦИЙ  
НА МАКРОСКОПИЧЕСКИХ РАССТОЯНИЯХ***А. А. Гриб*

В 1935 г. А. Эйнштейн, Б. Подольский и Н. Розен опубликовали статью<sup>1</sup>, посвященную основам квантовой механики, в которой сформулировали мысленный опыт, указывающий, как они считали, на неполноту квантовой теории. Этот опыт согласно их точке зрения свидетельствует о наличии парадокса, получившего название парадокса Эйнштейна — Подольского — Розена. Конечно, сейчас, по прошествии многих лет, ознаменовавшихся успехами квантовой механики во всех областях: от теории сверхпроводимости до физики элементарных частиц, сомнения в полноте квантового описания вряд ли звучат актуально. Однако парадокс, сформулированный в 1935 г., кроме дискуссии по основам квантовой теории, привел к постановке ряда важных экспериментов по проверке квантовых корреляций на макроскопических расстояниях. Эксперименты, обсуждению которых посвящена настоящая статья, доказывают невозможность существования сколько-либо разумных скрытых параметров, дающих полное описание отдельного микрособытия и позволяющих свести квантовую механику к классической модели типа статистической механики, где определенные свойства объектов существуют до их измерения приборами. Итак, речь пойдет об опытах (их в соответствующей литературе называют ЭПР-экспериментами — от «Эйнштейн — Подольский — Розен»), в которых рассматривается понятие физической реальности и форма детерминизма для микроявлений.

Прежде чем перейти к описанию опытов, рассмотрим, вокруг каких проблем шел в течение всех этих лет спор, инициированный сторонниками гипотезы скрытых параметров.

Первая проблема — это отсутствие в квантовой теории лапласовского детерминизма. Так, предположим, что у нас имеются 5 одинаковых атомных ядер. Через некоторое время два из них распались, а 3 — нет. Физик XIX века сказал бы, что существует какая-то «причина», по которой именно эти два ядра распались, а не другие. С точки же зрения квантовой теории нет никакой причины, по которой распались именно эти ядра, они распались «просто так», спонтанно. Квантовая теория предсказывает лишь вероятность распада ядра, которая может быть для каждого из ядер одинаковой. Неудовлетворенные этой ситуацией люди говорят, что «на самом деле» такая причина существует и является «скрытым параметром», может быть, неизвестным на определенном этапе развития науки, но все же существующим в природе.

Другая проблема связана с дополнительностью Н. Бора, или, как ее называл В. А. Фок, принципом относительности к средствам наблюдения<sup>2</sup>. Свое начало эта концепция берет еще в теории относительности. Ввиду особой важности этого принципа для всего дальнейшего изложения обсудим подробно, как мы понимаем концепцию относительности к средствам наблюдения. Согласно теории относительности длина предмета и длительность процесса

описывают не столько сам этот предмет или процесс, сколько его отношение к другим предметам, образующим систему координат. Длина стола — разная для разных наблюдателей, и ее можно изменить без приложения каких-либо механических усилий к столу, просто заставив двигаться достаточно быстро свою систему отсчета (при этом меняется отношение между столом и системой координат).

В квантовой механике объект обладает свойствами, описываемыми некомутирующими операторами  $\hat{A}$  и  $\hat{B}$ , так что  $\hat{A}\hat{B} - \hat{B}\hat{A} \neq 0$ . При этом оказывается, что не существует состояния, когда объект мог бы обладать одновременно свойствами  $A$  и  $B$  (если операторы не коммутируют, то у них нет общей собственной функции). Это приводит к тому, что свойства  $A$  и  $B$  характеризуют отношения объекта к разным приборам, играющим роль систем отсчета, так что если операторы  $\hat{A}$  и  $\hat{B}$  не коммутируют, то нельзя говорить о существовании соответствующих свойств независимо от измерения. Если после  $A$  измерять некомутирующую с ней величину  $B$ , а потом  $A$ , то ответ, вообще говоря, будет другой. С самого начала появления квантовой теории часто возникало искушение думать, что это вмешательство прибора можно «объяснить», предполагая, что очень большой макроскопический прибор так сильно «толкает» маленькую микрочастицу, что сам себе мешает измерять дополнительные характеристики  $A$  и  $B$ . И вот в этой связи Эйнштейн, Подольский и Розен предложили способ измерять характеристики квантовых объектов, не подвергая их никакому силовому воздействию, так что появление определенного  $A$  (или  $B$ ) при измерении определенного типа будет происходить несиловым образом. Этот способ состоит в том, что сначала берется система двух частиц с определенной характеристикой, например полным спином, равным нулю. Затем частицы разлетаются на достаточно большое расстояние друг от друга. После этого, измеряя спин (проекцию спина на некоторую ось) одной частицы и зная, что суммарный спин системы равен нулю, можно узнать (и тем самым измерить) спин (ту же проекцию) другой. Но проекции спина на различные оси описываются некомутирующими операторами; следовательно, в подобном опыте мы можем определить то или иное отношение к прибору без всякого силового воздействия.

В своей статье 1935 г. Эйнштейн, Подольский и Розен выдвинули следующий критерий реальности физической величины: «Если мы можем без какого бы то ни было возмущения системы предсказать с достоверностью (т. е. вероятностью, равной единице) значение некоторой физической величины, то существует элемент физической реальности, соответствующий этой физической величине».

Суть парадокса Эйнштейна — Подольского — Розена состоит в том, что квантовая механика противоречит этому критерию. Конечно, никакого парадокса нет<sup>3</sup>, если принять принцип относительности к средствам измерения, поскольку физическая реальность становится тогда относительной и безотносительно прибора нельзя говорить об элементе физической реальности (эйнштейновский элемент реальности становится отношением между частицей и прибором). Новый стимул к обсуждению и экспериментальной проверке феномена Эйнштейна — Подольского — Розена дало доказательство неравенств Белла<sup>4</sup>. Здесь мы укажем три пути получения этих замечательных неравенств.

Предварительно, однако, скажем несколько слов о судьбе теорий скрытых параметров (см. об этом, например,<sup>5</sup>). Эти теории можно расклассифицировать на теории трех типов: нулевого, первого и второго (эта классификация аналогична, хотя и не полностью совпадает с предложенной в<sup>6</sup>). К теориям нулевого типа относятся те, противоречивость которых была доказана уже на ранних стадиях развития квантовой механики. Во-первых, — это теории, противоречающие теореме фон Неймана, доказавшего, что скрытых параметров не может быть, если справедливо предположение, которое делает-

ся в таких теориях, что математическое ожидание суммы двух величин, вычисляемое по правилам квантовой механики, равно сумме математических ожиданий этих величин. Во-вторых, — это так называемые контекстуально независимые теории скрытых параметров. В этих теориях предполагалось, что результат измерения свойства системы может быть предсказан на основе знания значений скрытых параметров только самой системы. Глисоном<sup>7</sup>, Кохеном и Шпекером<sup>8</sup> было показано, что такие теории противоречивы и принадлежат к нулевому типу. Тем самым возможны лишь контекстуально зависимые теории скрытых параметров, в которых значение той или иной характеристики системы вычисляется на основе знания значений скрытых параметров не только самой системы, но и скрытых параметров прибора (так что для разных приборов будут разные скрытые параметры). Здесь мы уже весьма близко приближаемся к относительности к средствам наблюдения.

К теориям первого типа относятся теории, совместные со специальной теорией относительности (не существует сигналов, распространяющихся со скоростью больше скорости света); это — локальные теории. Теории второго типа — нелокальные, допускающие несправедливость специальной теории относительности. Как видно будет из дальнейшего, только такие теории и возможны сегодня как альтернатива квантовой теории. Обычно в качестве скрытых параметров предполагают какие-либо поля. Наиболее экзотическим вариантом является предположение Бюргерса<sup>9</sup> (см. также Шимони<sup>10</sup>) ввести психологические скрытые параметры. Так, предсказать поведение человека можно в случае, когда никакие внешние признаки не позволяют это сделать, спросив его, «что он хочет сделать». Квантовые частицы с этой точки зрения совершают выбор, предсказать который невозможно из внешних наблюдений. При этом живая система, в отличие от неживой, уподобляется ферромагнетнику, в котором спонтанно согласованы направления магнитных моментов. Неживая система представляет собой совокупность частиц, осуществляющих хаотический выбор, живая же система спонтанно соблюдает «традицию». Подобная точка зрения ведет к тому, что квантовая механика должна быть неприменима к живым организмам (см. об этом также Е. Вигнер<sup>11,60</sup>). Отметим, что и психологические скрытые параметры должны быть связаны нелокально. Интерес к этому варианту в значительной степени был стимулирован известным парадоксом Шрёдингера «живого и мертвого кота»<sup>58,59,61</sup>.

После этого краткого экскурса в проблему скрытых параметров перейдем к доказательству и обсуждению неравенств Белла, показывающих, что, как бы ни выбирать локальные скрытые параметры, соответствующие гипотезы могут быть экспериментально опровергнуты. Эти неравенства в различных работах выписываются в разной форме, однако по имени их первооткрывателя они все называются неравенствами Белла.

1. Пусть имеется объект, характеризуемый тремя величинами  $A, B, C$ , принимающими значение  $\pm 1$ .

В квантовой теории этим величинам могут соответствовать некоммутирующие операторы  $\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}$ .

Предположим, однако, что частица обладает одновременно  $A, B, C$ . Тогда (см. Б. Д'Эспанья<sup>12</sup>), рассмотрим ансамбль одинаковых частиц, обозначая  $A^+$  случай, когда  $A$  принимает значение  $+1$  (аналогично для  $B, C$ ),  $A^-$  — если  $A$  принимает значение  $-1$ , получаем

$$N(A^+B^-) = N(A^+B^-C^+) + N(A^+B^-C^-),$$

где  $N$  — число частиц с соответствующими свойствами. Из равенств

$$N(B^-C^+) = N(A^+B^-C^+) + N(A^-B^-C^+),$$

$$N(A^+C^-) = N(A^+B^+C^-) + N(A^+B^-C^-)$$

очевидно следует

$$N(A+B^-) \leq N(B-C^+) + N(A+C^-). \quad (A)$$

Это и есть одно из неравенств Белла.

Пусть операторы  $\hat{A}$ ,  $\hat{B}$  не коммутируют. Тогда, если считать, следуя Эйнштейну — Подольскому — Розену, что свойства  $A$  и  $B$  существуют как элементы физической реальности, так что лишь вмешательство прибора мешает их одновременно измерить, для определения их значений вместо рассмотрения системы одинаковых частиц надо рассмотреть систему пар частиц. Каждая пара обладает свойством, что если у одной частицы  $A$  принимает значение  $+1$ , то у другой  $A = -1$  (например, спин одной частицы

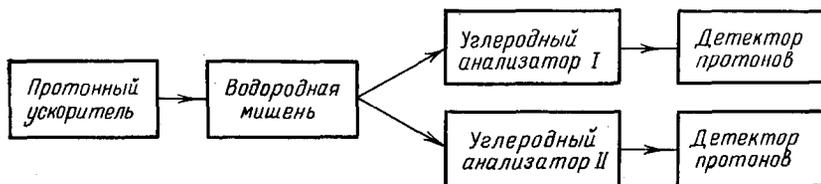


Рис. 1.

$S_z = 1/2$ , а другой  $S_r = -1/2$ , если они обе образуют состояние с нулевым спином). Тогда, обозначая число пар через  $n$ , перепишем неравенство (A) как

$$n(A+B^+) \leq n(B-C^-) + n(A+C^+). \quad (B)$$

В этом неравенстве  $n$  — число пар частиц, из которых одна обладает  $A^+$ , другая  $B^+$  и т. п. Итак, проверяя эти неравенства экспериментально, мы проверяем, действительно ли у частицы одновременно «существуют»  $A$ ,  $B$ ,  $C$  (подобная точка зрения высказана, например, в <sup>62</sup>), или они согласно принципу дополнительности возникают при измерении как соответствующие отношения между частицей и прибором. Если  $A$ ,  $B$ ,  $C$  существуют одновременно (хотя  $\hat{A}$ ,  $\hat{B}$ ,  $\hat{C}$  не коммутируют), то это означает неполноту квантовой механики и тем самым необходимость той или иной теории скрытых параметров, описывающей субквантовый уровень.

Экспериментальная проверка неравенства (B) была проведена во Франции в Саклэ в 1976 г. <sup>13</sup>: в качестве  $A$ ,  $B$ ,  $C$  брались проекции спина протона на три разных направления. Для системы из двух протонов в синглетном состоянии эксперимент показал, что неравенства Белла нарушены и тем самым справедлива квантовая механика: характеристики  $A$ ,  $B$ ,  $C$ , сопоставляемые некомутирующим операторам, не существуют одновременно. Схема эксперимента следующая: протоны из ускорителя направляются на водородную мишень — происходит рассеяние, в результате которого возникают пары протонов в синглетном состоянии (полный спин пары равен нулю). Частицы пары разлетаются на макроскопические расстояния. Затем каждая частица проходит через углеродный «анализатор», который пропускает лишь протон с определенной поляризацией (проекцией спина на некоторую ось), соответствующей поляризации атомов углерода (аналогично оптической оси в оптическом анализаторе) (рис. 1). Поворачивая анализатор II относительно анализатора I, мы переходим от измерения  $B$  к измерению  $C$ .

Самым удивительным в этом (и в других ЭПР-экспериментах) является то, что поворот одного анализатора, пропускающего протон, некоторым необычным образом «влияет» на вероятность пропускания протона другим анализатором, несмотря на то, что никакого материального носителя (частицы или поля) этого влияния не существует. Зависимость вероятности от угла

может появляться и в классической теории (см. приложение 3) вследствие общего прошлого частиц и наличия некоторого закона сохранения; оно есть результат разного отбора пар событий, происходящих независимо от поворота. Однако квантовые корреляции нельзя объяснить только таким образом. Дело в том, что в классической физике свойства частиц существуют независимо до их измерения. Поэтому, если происходит разлет частиц (например, при взрыве некоторого устройства), то, регистрируя частицы с определенным импульсом, вылетающие под разными углами справа от устройства, мы как бы «меняем» число частиц с противоположными импульсами слева, но это есть просто разный отбор. В квантовом же случае нельзя говорить о существовании определенной проекции спина до ее измерения, которая могла бы по-разному отбираться (или регистрироваться) наблюдателем. Здесь и далее мы употребляем часто встречающийся в литературе по ЭПР-экспериментам термин «влияние», подразумевая то обстоятельство, что если имеется наблюдатель, способный регистрировать только акты прохождения протонов через свой анализатор (например, I), то, поворачивая свой анализатор на разные углы, он способен менять частоту прохождения протонов, находящихся в паре с его протонами, через второй анализатор II (поворот меняет отношение «частица — прибор»). Заметим, что полная вероятность пропуска протона II остается одной и той же при разных углах и равна 1/2.

Действительно, несложное вычисление по правилам квантовой механики (см. приложение 1) показывает, что вероятность того, что если анализатор I пропустил протон, то II — тоже пропустит протон, есть  $w_{I II} = (1/2) \sin^2(\theta/2)$ , где  $\theta$  — угол между проекциями спина, которые измеряют I и II. Это «влияние» (или нелокальность, по терминологии Белла<sup>17,60</sup>) проявляется как корреляция между событиями прохождения частиц I и II: для ее нахождения нужно знать и те и другие события, поэтому передачи сигнала от I к II за счет выше указанного влияния не происходит. В самом деле, другой наблюдатель обнаружит, что через его анализатор будут проходить не только протоны в паре с протонами, проходящими через I, но и другие — в паре с протонами, не прошедшими I. Так как наблюдатель II не знает, какие же протоны проходят через I, а какие нет, то правила той же квантовой механики покажут, что никакого «влияния» со стороны I он не обнаружит. Вероятность прохождения протона через II в случае, когда через I протон не пройдет, есть  $(1/2) \cos^2(\theta/2)$ , так что полная вероятность прохождения через II есть  $(1/2) \sin^2(\theta/2) + (1/2) \cos^2(\theta/2) = 1/2$ . Те же рассуждения справедливы и для «влияния» II на I. Ситуация здесь опять-таки аналогична лоренцеву сокращению: хотя различные наблюдатели в разных системах отсчета по-разному сокращают длину предмета, наблюдатель в системе покоя предмета никакого сокращения не замечает и тем самым не может получить информацию о движущемся наблюдателе за счет лоренцева сокращения.

В то же время, так же как лоренцево сокращение ведет к определенным физическим следствиям, так и обсуждаемая особенность квантовой механики (относительность к средствам измерения) приводит к появлению весьма специфических корреляционных функций, нарушающих неравенства Белла.

Действительно, так как число пар в эксперименте Сакла, очевидно, пропорционально соответствующей вероятности, то неравенство Белла (Б) должно означать

$$\frac{1}{2} \sin^2 \frac{\theta_{AB}}{2} \leq \frac{1}{2} \sin^2 \frac{\theta_{BC}}{2} + \frac{1}{2} \sin^2 \frac{\theta_{AC}}{2},$$

что не имеет места при всех углах (об этой записи неравенств Белла и их нарушении для системы с полупелым спином см. также<sup>11</sup>). Теперь обратимся к другой форме неравенства Белла<sup>14-16</sup>.

2. Пусть имеются четыре величины  $A, B, A', B'$ , из которых каждая независимо принимает значение  $\pm 1$ . Тогда легко видеть, что величина  $AB + AB' + A'B - A'B' = \pm 2$ .

Например, если каждая величина есть  $+1$ , то эта алгебраическая сумма есть 2; если  $A = B = +1$ ,  $A' = B' = -1$ , то она есть  $-2$  и т. д.

Считая эти величины случайными, напомним для среднего

$$\left| \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N (A_n B_n + A_n B'_n + A'_n B_n - A'_n B'_n) \right| \leq 2,$$

что приводит к еще одному неравенству Белла для математических ожиданий:

$$|P(A, B) + P(A, B') + P(A', B) - P(A', B')| \leq 2; \quad (B)$$

здесь

$$P(A, B) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N A_n B_n.$$

В качестве  $A, B, A', B'$ , опять-таки можно взять проекции спина на различные оси. Квантовая механика и эксперимент, ее подтверждающий, противоречат написанным выше неравенствам в случае двух частиц, описываемых общей волновой функцией. Очевидно, что наличие корреляции между  $A, B, A', B'$ , обусловленное общим прошлым частиц и каким-либо законом сохранения, лишь приведет к тому, что будут допустимы не все пары  $\pm 1$ , а лишь часть, окончательный же вывод сохранится (см. пример в приложении 3). Что же неверно в нашем выводе неравенств? Здесь неявно предполагается наличие ансамбля, характеризуемого  $A, B, A', B'$  в соответствии с концепцией скрытых параметров. Нарушение неравенств тогда показывает, что неверным является предположение, что  $A$ , даже в случае, когда она измеряется  $B$ , не зависит от  $B$ , что и означает нелокальность (противоречие со специальной теорией относительности). Для согласия с квантовой механикой нужно считать  $A$  функцией  $B$  и наоборот; следовательно, если  $A = 1$ , когда  $B = 1$ , то если  $B$  повернули, превратив в  $B'$ , то  $A$ , вообще говоря, не может оставаться равным  $+1$ . Поэтому, если  $AB = 1$ , то  $AB'$  может стать  $-1$ , когда  $B' = 1$ , и вместо 2 можно получить 0; 4 и т. п.

3. Наконец, приведем доказательство неравенства Белла, непосредственно использующее концепцию локальных скрытых параметров, показывающее, что квантовую теорию нельзя понимать как теорию релятивистского вероятностного процесса<sup>17,18</sup>. Пусть в некоторой точке I измеряется величина  $A_a$ , а в точке II, отделенной пространственноподобным интервалом от I, — некоторая  $B_b$ . Обе величины могут принимать значения  $\pm 1$ , индексы  $a, b$  означают зависимость этих величин от направления. Например, если измеряется проекция спина на некоторую ось, то  $a$  (или  $b$ ) — азимутальный угол. Далее предположим, что определенный результат ( $\pm 1$ ) измерения  $A$ , кроме направления « $a$ », зависит от значения некоторого скрытого параметра  $\lambda$ , результат измерения  $B$  — соответственно от направления « $b$ » и того же  $\lambda$ , локализованного в  $\Omega$  — пересечении световых конусов прошлого точек I и II. Локальность скрытых параметров означает, что  $A$  не зависит от  $b$ , а  $B$  не зависит от  $a$ . Поэтому любые корреляции между  $A$  и  $B$  могут быть обусловлены только общим прошлым, в котором заданы  $\lambda$ .

Математическое ожидание произведения  $A_a$  и  $B_b$  запишем как

$$P(A_a B_b) = \int d\lambda \rho(\lambda) \bar{A}(a, \lambda) \bar{B}(b, \lambda),$$

где  $\rho(\lambda)$  — вероятностное распределение параметров в  $\Omega$ .  $\bar{A}(a, \lambda), \bar{B}(b, \lambda)$  — усредненные по возможным значениям скрытых параметров приборов (рассматриваются контекстуально зависящие теории скрытых параметров!) величины  $A_a, B_b$ , так что  $|\bar{A}| \leq 1, |\bar{B}| \leq 1$ . Обозначим  $a', b'$  — альтернатив-

ные к  $a, b$  положения приборов, измеряющих  $A, B$ . Тогда, следуя Беллу<sup>19</sup>,

$$P(A_a B_b) - P(A_a B_{b'}) = \int d\lambda \rho(\lambda) [\bar{A}(a, \lambda) \bar{B}(b, \lambda) - \bar{A}(a, \lambda) \bar{B}(b', \lambda)] =$$

$$= \int d\lambda \rho(\lambda) \{ \bar{A}(a, \lambda) \bar{B}(b, \lambda) [1 \pm \bar{A}(a', \lambda) \bar{B}(b', \lambda)] -$$

$$- \int d\lambda \rho(\lambda) \{ \bar{A}(a, \lambda) \bar{B}(b', \lambda) [1 \pm \bar{A}(a', \lambda) \bar{B}(b, \lambda)] \}.$$

Из  $|\bar{A}| \leq 1, |\bar{B}| \leq 1$  следует, что

$$|P(A_a B_b) - P(A_a B_{b'})| \leq$$

$$\leq \int d\lambda \rho(\lambda) [1 \pm \bar{A}(a', \lambda) \bar{B}(b', \lambda)] + \int d\lambda \rho(\lambda) [1 \pm \bar{A}(a', \lambda) \bar{B}(b, \lambda)],$$

или

$$|P(A_a B_b) - P(A_a B_{b'})| \leq 2 + P(A_{a'} B_{b'}) + P(A_{a'} B_b),$$

$$|P(A_a B_b) - P(A_a B_{b'})| + |P(A_{a'} B_{b'}) + P(A_{a'} B_b)| \leq 2. \quad (\Gamma)$$

Нетрудно понять, почему и когда квантовая механика противоречит этому неравенству. Среднее значение физической величины при известной волновой функции  $\psi$  в квантовой механике вычисляется как

$$\langle \psi | \hat{A} \hat{B} | \psi \rangle = \int \psi^*(\mathbf{r}_I, \mathbf{r}_{II}) \hat{A}_I \hat{B}_{II} \psi(\mathbf{r}_I, \mathbf{r}_{II}) d\mathbf{r}_I d\mathbf{r}_{II},$$

но волновая функция системы частиц в общем случае не есть произведение одночастичных волновых функций, а есть некоторая их суперпозиция, например

$$\psi(\mathbf{r}_I, \mathbf{r}_{II}) = \sum_i C_i \psi_{iI}(\mathbf{r}_I) \psi_{iII}(\mathbf{r}_{II}),$$

где  $C_i$  — некоторые коэффициенты. Так, уже обычная симметризация произведения ведет к суперпозиции.

В квантовой теории возникает новая связь между целым и частью, которую де Бройль называет дополнительностью между целым и частью.



Рис. 2.

Если мы имеем полную информацию о частях системы, то это еще не значит, что мы знаем целое. Поэтому, если система описывается волновой функцией (находится в чистом состоянии), то подсистема характеризуется матрицей плотности (состояние смешанное). Вследствие этого среднее от произведения  $AB$ , вычисленное с помощью волновой функции (на основе знания целого), не совпадает со средним, вычисляемым с помощью матриц плотности для I и II. В последнем случае потеряна информация о корреляции, содержащаяся в целом. И лишь только в частном случае, когда волновая функция есть произведение одночастичных функций, мы можем получить согласие с неравенствами Белла.

Теперь перейдем к описанию оптических ЭПР-экспериментов. Схема оптического эксперимента следующая (рис. 2). Имеется источник низкоэнергетических фотонов (атомы кальция<sup>20,24</sup>, ртути-198<sup>22</sup>, ртути-202<sup>21</sup>, ртути-200<sup>23</sup>), рождающихся в каскадном переходе в атоме. В одном переходе  $J = 0 \rightarrow J = 1 \rightarrow J = 0$  рождается фотонная пара в состоянии с волновой функцией, описывающей суперпозицию состояний с полным угловым момен-

том  $J = 1$ . Фотоны летят в противоположные стороны и проходят через анализаторы 1 и 2. Если фотон поляризован по оси анализатора, то анализатор пропускает этот фотон; если его поляризация перпендикулярна оси, то фотон не проходит через него. Наблюдаемая  $A_a$  имеет величину  $+1$ , если фотон проходит через анализатор  $A_1$ , и  $-1$ , если он не проходит;  $B_b$  аналогично связана с анализатором  $A_2$ . Тогда квантовомеханический расчет дает (см. приложение 2 и <sup>25,26</sup>) для среднего значения:

$$P(A_a B_b) = \langle \psi | \hat{A}_a \hat{B}_b | \psi \rangle = \cos 2\alpha,$$

где  $\alpha = a - b$  — угол между оптическими анализаторами  $A_1$  и  $A_2$ . После прохождения анализаторов фотоны ловятся детекторами фотонов. Экспериментально измеряется скорость совпадений, когда оба фотона проходят через анализаторы, оба не проходят, один проходит, а другой нет. Неравенство Белла ( $\Gamma$ ) записывается в форме

$$|P(A_a B_b) - P(A_a B_c)| + |P(A_d B_b) + P(A_d B_c)| \leq 2. \quad (D)$$

Выбрав углы  $2a = 0^\circ$ ,  $2b = 135^\circ$ ,  $2c = 45^\circ$ ,  $2d = 90^\circ$ , для  $\cos 2\alpha$  получим левую часть равной  $2\sqrt{2}$ , что очевидно противоречит неравенствам Белла. В настоящее время поставлено 6 оптических экспериментов (Калифорнийский университет, 1972 г. <sup>20</sup>; Техасский университет, 1976 г. <sup>23</sup>; Гарвардский университет, 1973 г. <sup>22</sup>; Институт теоретической и прикладной оптики Орсе-1981 и 1982 гг. <sup>24,66</sup>). Из них пять подтвердили квантовую механику, один подтвердил неравенства Белла (Гарвард). Отметим, однако, что неравенства Белла в некоторых случаях (когда имеется произведение одночастичных волновых функций) могут выполняться и в квантовой механике (см. в этой связи попытку объяснения результатов двух экспериментов с оптическими фотонами и  $\gamma$ -квантами, совместных с неравенствами Белла, из квантовой механики в <sup>27,28</sup>), но их нарушение всегда означает невозможность локальных скрытых параметров (классической картины).

Кроме оптических экспериментов, ставились опыты с  $\gamma$ -квантами. Эти опыты во многом аналогичны опыту Ву, Шакнова <sup>29</sup> по определению четности позитрония. Пара квантов рождается при аннигиляции электрона и позитрона в состоянии с нулевым полным моментом или при распаде на  $\gamma$ -кванты атома позитрония. Затем  $\gamma$ -кванты проходят через анализаторы (их роль выполняет комптоновское рассеяние) и ловятся счетчиками. Принципиальная схема остается той же, что и в описанном выше случае оптических фотонов. В оптических экспериментах имеется преимущество в анализаторах, плохими же являются счетчики фотонов; в опытах с  $\gamma$ -квантами счетчики лучше, но хуже анализаторы. С  $\gamma$ -квантами поставлено шесть опытов (университет Катания, 1974 г. <sup>30</sup>; Колумбийский университет, 1975 г. <sup>31</sup>; Лондонский университет, 1976 г. <sup>32</sup>; Институт физики университета Болонья, 1977 г. <sup>33</sup>, 1981 г. <sup>63</sup>; Фрейбургский университет, 1979 г. <sup>34</sup>). Первый опыт не противоречит неравенствам Белла, но во всех остальных было обнаружено их нарушение. Расстояние между фотонами во втором опыте было 25 см. Таким образом, корреляции наблюдаются действительно на макрорасстояниях. Шрёдингер в свое время <sup>35</sup> высказывал гипотезу о том, что квантомеханические корреляции должны исчезнуть, когда расстояние между подсистемами системы, описываемой волновой функцией, становится явно макроскопическим (см. также <sup>36,37</sup>). Эксперимент показывает, что эта гипотеза должна быть отвергнута. Итак (вместе с недавним французским опытом в Орсе), одиннадцать экспериментов явно противоречат неравенствам Белла, два с ними совместны.

Однако из этих двух экспериментов нельзя сделать заключение, что в каких-то случаях теория скрытых параметров возможна. Имеются серьезные основания <sup>38</sup> считать, что причиной противоречия явилась систематическая ошибка при проведении опытов. Дело в том, что квантовая механика

предсказывает наличие сильной корреляции, которую можно не заметить из-за систематической ошибки. Обратное же обнаружение сильной корреляции, согласующейся с большой точностью с квантовой механикой, вследствие систематической ошибки — неверно.

В настоящее время поставлен наиболее чистый эксперимент <sup>39,66</sup>, позволяющий подтвердить корреляции на макроскопических пространственноподобных расстояниях.

В этом опыте предлагается эффективно поворачивать один анализатор относительно другого. В отличие от остальных опытов, в которых анализаторы жестко закреплены, в опыте <sup>66</sup> как бы происходит поворот одного анализатора относительно другого столь быстро, что никакой сигнал не успеет «предупредить» второй анализатор, что первый повернут, при прохождении фотонов через оба анализатора. Следовательно, при этом исключается всякая имитация возникновения корреляций за счет сигнала, связывающего оба анализатора <sup>4</sup>. Необходимость постановки такого опыта вытекает из замечания Белла <sup>4</sup> о том, что в случае жестко закрепленных анализаторов между ними возможна связь за счет обмена сигналами со скоростью, меньшей или

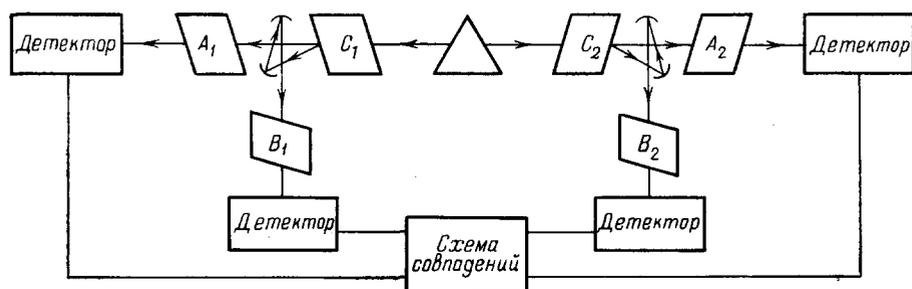


Рис. 3.

равной скорости света, нарушающая неравенства Белла, исключить которую можно, лишь если очень быстро поворачивать анализаторы во время полета частиц. В эксперименте <sup>66</sup> эффект поворота достигается поворотом фотона, за счет акустико-оптического взаимодействия фотона со стоячей ультразвуковой волной в воде. Для этого (рис. 3), прежде чем попасть на анализаторы, фотоны проходят через поворачивающее устройство  $C_1$  слева и  $C_2$  справа, где они взаимодействуют с ультразвуковой волной. При этом свет проходит через  $C_1$  ( $C_2$ ) без преломления, если амплитуда стоячей ультразвуковой волны — нулевая, и полностью преломляется на угол  $2\theta_B$ , где  $\theta_B$  — угол Брэгга, если амплитуда максимальна. Если свет не преломляется, он попадает на анализатор  $A_1$  ( $A_2$ ), если преломляется — на анализатор  $B_1$  ( $B_2$ ). Подбирая соответствующим образом частоту ультразвуковой волны, добиваются того, чтобы время полета фотонами расстояния от источника до поворачивающего устройства  $t = L/c$  (в <sup>66</sup> время  $t$  — порядка 40 нс) было больше времени «поворота» (в <sup>66</sup> порядка 10 нс). Тем самым события прохождения фотонами левого и правого анализаторов оказываются разделенными пространственноподобным интервалом. Устройства  $C_1$  и  $C_2$  слева и справа связаны с генераторами ультразвука, работающими на разной частоте, так что можно считать, что они работают некоррелированно друг с другом. Результаты опыта <sup>66</sup> противоречат неравенствам Белла и подтверждают квантовую механику. Опыт <sup>66</sup> представляет значительный интерес как демонстрация того обстоятельства, что постулат редукции волнового пакета, введенный фон Нейманом <sup>42</sup> в нерелятивистской квантовой механике, верен и в релятивистской области (рис. 3). Что непосредственно измеряет экспериментатор в опытах с фотонами по проверке неравенств Белла?

Если  $\varphi$  — угол между оптическими осями двух поляризаторов,  $R(\varphi)$  — скорость совпадений в показаниях счетчиков фотонов при наличии обоих поляризаторов,  $R_1$  — скорость совпадений, когда убран второй поляризатор,  $R_2$  — когда убран первый, а второй оставлен,  $R$  — когда убраны оба поляризатора, то экспериментально измеряется

$$S_{\text{exp}} = \frac{4[R(\beta) + R(\gamma) + R(\alpha + \beta) - R(\alpha + \gamma) - R_1 - R_2]}{R}.$$

О связи  $R(\varphi)$  с  $P(A_a B_b)$ , введенном выше с учетом неидеальности анализаторов, см. приложение 2. Если верны неравенства Белла (см. <sup>25, 26</sup>), то должно быть  $-1 \leq S_{\text{exp}} \leq 0$ ; экспериментально же, например в опыте <sup>20</sup>,  $S_{\text{exp}} = 0,05 \pm 0,008$ , в опыте <sup>24</sup>  $S_{\text{exp}} = 0,126 \pm 0,014$ , в опыте <sup>66</sup>  $S_{\text{exp}} = 0,101 \pm 0,020$ . В опытах с  $\gamma$ -квантами измеряется величина (см. <sup>31</sup>)

$$R(a, b) = \frac{\{N/N_{ss}\}}{\{n_1/N_{ss}\}\{n_2/N_{ss}\}},$$

где  $N_{ss}$  — число случаев, когда фотоны претерпевают комптоновское рассеяние,  $N$  — число случаев, когда оба фотона комптоновски рассеяны и оба



Рис. 4.

фотона детектируются,  $n_1$  — число раз, когда оба фотона комптоновски рассеиваются и только фотон 1 детектируется,  $n_2$  — то же число для фотона 2,  $a, b$  — азимутальные углы, характеризующие комптоновские анализаторы. Квантовая механика дает

$$R(a, b) = 1 - M_1 M_2 P(A_a B_b) = 1 - M_1 M_2 \cos 2(a - b),$$

где  $M_1, M_2$  — некоторые инструментальные факторы комптоновских анализаторов. В любой локальной теории скрытых параметров вместо  $M_1 M_2$  должен стоять некоторый коэффициент  $B \leq M_1 M_2 / \sqrt{2}$  <sup>31</sup>, так как для согласия с неравенствами Белла вместо  $\cos 2(a - b)$  должна стоять величина  $c \cos 2(a - b)$ , где  $c \leq 1/\sqrt{2}$ , в теории Боба — Ааронова <sup>37</sup>  $B \leq M_1 M_2 / 2$ ,  $c = 1/2$ . Наконец, в связи с различными ЭПР-экспериментами укажем на обратный ЭПР-эксперимент, анализируемый Коста де Борегаром <sup>32</sup> в связи с вопросом об обратимости времени в квантовой механике и макроскопической необратимости (см. об этом также <sup>41</sup>).

Схема обратного ЭПР-эксперимента такая: два лазера светят друг навстречу другу, далее фотоны проходят через анализаторы  $A_1$  и  $A_2$  и возбуждают атомы за счет обратного каскадного перехода с поглощением обоих фотонов. Число возбужденных атомов затем регистрируется счетчиками. Если в прямом ЭПР-эксперименте у фотонов «общее прошлое», то в обратном — «общее будущее» (рис. 4).

Как и в прямом ЭПР-эксперименте, вероятность прохождения фотонов через оба анализатора с последующим двухкаскадным возбуждением атома синусоидально зависит от разности углов между оптическими осями анализаторов. Технически обратные ЭПР-эксперименты проще, поставленные опыты действительно демонстрируют наличие синусоиды. Но что означает эта синусоида с точки зрения теории? Вероятность возбуждения атома описывается той же формулой, что и вероятность излучения; последнее же значит,

что начальная волновая функция фотонов, поглощенных атомом, представляла собой не произведение одночастичных волновых функций фотонов, независимо испущенных лазерами, а некоторую симметризованную функцию. Значит, волновая функция, представлявшая произведение одночастичных функций фотонов, превратилась в некоторый момент времени — редуцировалась, согласно фон Нейману,<sup>49</sup> — в симметризованную функцию потому (или для того?), что в будущий момент времени произойдет возбуждение атома. Так как ситуация в этом опыте есть обращение во времени прямого ЭПР-эксперимента, то по теории прямого опыта можно сказать, что волновая функция для отобранных случаев возбуждения атомов, представлявшая произведение одночастичных функций фотонов, испущенных лазерами, редуцируется в симметризованную функцию при прохождении через анализаторы, так что среднее значение для произведения спинов есть тот же косинус угла, что и в прямом опыте. Можно ли при этом, однако, передать какую-либо информацию из будущего (создать «антителеграф»)? Нет, в том смысле, что нельзя управлять передачей такой информации.

Предположим, что мы некоторым способом можем узнать о прохождении фотонов через анализаторы (например, по комптоновскому рассеянию в случае  $\gamma$ -квантов). Тогда обратный ЭПР-эксперимент говорит о наличии корреляции между событиями прохождения фотонов через анализаторы при определенном угле между их оптическими осями и возбуждением в последующий момент атома. Как и в случае прямого ЭПР-эксперимента, для установления факта корреляции необходимо знать и те, и другие события. Ну, а предположим мысленно, что будущего мы не знаем, а следим только за тем, как пропускают анализаторы фотоны, атомы же в одних случаях возбуждаются, а в других нет. Тогда синусоиды, вообще говоря, мы уже не увидим. И только в случае маловероятного «везения» мы сможем «предсказать» возбуждение атома. Принципиальное отсутствие лапласовского детерминизма в квантовой механике, о котором говорилось в начале статьи, приводит к тому, что факт возбуждения атома является полностью случайным и не контролируемым человеком, поэтому, если случайно несколько раз подряд атомы возбуждались, то потом также случайно они перестают возбуждаться, и получившееся один раз «предсказание» является полностью невозпроизводимым. Обратные ЭПР-эксперименты также подтверждают квантовую механику (см. <sup>64, 65</sup>).

Приведенный пример, однако, интересен как указание на возможность расширения принципа относительности по отношению к средствам измерения для квантовых систем не только в настоящем, но и в прошлом <sup>43, 44, 45</sup>.

В заключение скажем несколько слов о значении неравенств Белла и их проверки в ЭПР-экспериментах.

Во-первых, установление этих неравенств и экспериментальная проверка их нарушения позволяет полностью исключить локальную теорию скрытых параметров, и тем самым мы получаем экспериментальное подтверждение правильности копенгагенской интерпретации квантовой механики. Простейший вариант нелокальной теории скрытых параметров <sup>46</sup> тоже в настоящее время противоречит эксперименту <sup>47</sup>. В принципе же нелокальная теория скрытых параметров не исключена (см., например, <sup>48</sup>). Однако квантовая теория значительно выигрывает в простоте перед такой нелокальной теорией, и поэтому нелокальную теорию скрытых параметров вряд ли можно рассматривать как серьезную альтернативу квантовой механике.

Во-вторых, общий характер неравенств Белла позволяет проводить опыты по их проверке и в каких-либо других областях науки, где мы имеем дело со случайными процессами, непосредственно не связанными с квантовыми явлениями (например, в биологии). Тогда экспериментальное обнаружение нарушения этих неравенств позволит выявить корреляцию между явлениями, предполагавшимися полностью не связанными между собой, и не обусловленную их общим происхождением.

В-третьих, представляет интерес исследование корреляций на макрорасстояниях не для двухчастичных состояний, как в обсуждавшихся ЭПР-экспериментах, а для более сложных многочастичных состояний (см. 49).

В связи с важной ролью рождения частиц в космологии высказывают мнение, что корреляции типа ЭПР могут быть ответственны за наблюдаемую изотропию реликтового излучения, приходящего из областей, причинно не связанных между собой. При этом из вакуума, играющего роль общей волновой функции Вселенной на ранней стадии эволюции, могли родиться пары частиц на пространственноподобных расстояниях<sup>51</sup>, так что наблюдение одной частицы (с определенным зарядом) неизбежно влечет появление в другой точке частицы с противоположным зарядом (близкая ситуация для распадов К-мезонов разобрана в<sup>52,53</sup>). Наконец, квантовые корреляции позволяют дать еще одно доказательство квантовой природы света<sup>54,55</sup>. В литературе по взаимодействию света с веществом часто встречается мнение, что для описания многих световых явлений можно использовать классическую теорию. Так, в полуклассической теории излучения световая энергия излучается и поглощается квантами не потому, что квантовано электромагнитное поле, а потому, что существуют дискретные уровни энергии атома. Следовательно, можно говорить об описываемой классически порции электромагнитной энергии, характеризуемой определенной поляризацией. Но тогда в оптических ЭПР-опытах, использующих каскадный переход, согласно квантовой теории отношение скорости совпадений, когда имеются оба анализатора  $R(\varphi)$ , к аналогичной величине  $R_0$ <sup>55</sup> в отсутствие анализаторов есть  $R(\varphi)/R_0 = (1/2) \cos^2 \varphi$ , т. е. при  $\varphi = \pi/2$  (оптические оси перпендикулярны) эта величина равна нулю.

В классической теории анализаторы лишь в исключительном случае, когда оси анализаторов точно согласованы с направлением вектора поляризации, получатся нуль. При любом повороте обоих анализаторов с сохранением перпендикулярности осей получится другой результат (оба анализатора начнут пропускать фотоны). В квантовой же теории нулевой результат будет во всех случаях. Экспериментальное доказательство этого факта побудило даже известного сторонника неоклассической теории излучения Джейнса<sup>56</sup> написать: «Хотелось бы, чтобы фон Нейман был здесь, чтобы видеть это!».

## ПРИЛОЖЕНИЯ

### 1. С п и н 1/2

Пусть имеется синглетное состояние двух частиц со спином 1/2

$$\Psi = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right]. \quad (1)$$

Обозначим плоскость, образованную оптическими осями поляризаторов, через  $z, x$ . Если ось одного из поляризаторов принять за  $z$ , то ось другого, повернутой на угол  $\theta$  вокруг оси  $y$ , соответствует оператор

$$\sigma'_z = \sigma_z \cos \theta + \sigma_x \sin \theta, \quad (2)$$

где  $\sigma_z, \sigma_x$  — матрицы Паули,

$$\sigma'_z = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ \sin \theta & -\cos \theta \end{pmatrix}. \quad (3)$$

Собственные векторы  $\sigma'_z$  есть

$$\Psi_+ = \begin{pmatrix} \cos \frac{\theta}{2} \\ \sin \frac{\theta}{2} \end{pmatrix} = \cos \frac{\theta}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \sin \frac{\theta}{2} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (4)$$

$$\Psi_- = \begin{pmatrix} -\sin \frac{\theta}{2} \\ \cos \frac{\theta}{2} \end{pmatrix} = -\sin \frac{\theta}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \cos \frac{\theta}{2} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (5)$$

Обратно,

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \cos \frac{\theta}{2} \psi_+ - \sin \frac{\theta}{2} \psi_-, \quad (6)$$

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \sin \frac{\theta}{2} \psi_+ + \cos \frac{\theta}{2} \psi_-. \quad (7)$$

Тогда очевидно, что если вероятность пропуска частицы анализатором 1 (состояние  $\psi_+$ ) есть  $1/2$ , то вероятность, что оба анализатора пропустят частицы, есть  $(1/2) \sin^2(\theta/2)$  (так как состояние  $\psi_-$  для второй частицы редуцируется в  $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$  с вероятностью  $\sin^2(\frac{\theta}{2})$ ). Такова же вероятность, что оба анализатора не пропустят частицу. Вероятность, что первый анализатор не пропустит частицу (состояние  $\psi_-$ ), а второй пропустит, есть  $(1/2) \cos^2(\theta/2)$ . Полная вероятность, что второй анализатор пропустит частицу, очевидно, есть

$$\frac{1}{2} \sin^2 \frac{\theta}{2} + \frac{1}{2} \cos^2 \frac{\theta}{2} = \frac{1}{2}.$$

Корреляционная функция

$$\langle \psi | \sigma_z^{(1)} \cdot \sigma_z^{(2)} | \psi \rangle = -\cos \theta. \quad (8)$$

2. С п и н 1

Пусть двухфотонная спиновая функция фотонов, испущенных в атомном каскаде, есть <sup>57</sup>

$$\psi = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right]. \quad (9)$$

Анализатор 1 измеряет проекцию спина фотона на оптическую ось анализатора в плоскости  $x, y$  под углом  $a$  к оси  $x$ ; анализатору 2 сопоставляется аналогичный угол  $b$ . Тогда (см., например, <sup>26</sup>)

$$A_a = \begin{pmatrix} \cos 2a & \sin 2a & 0 \\ \sin 2a & -\cos 2a & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (10)$$

Собственные векторы  $A_a$  есть

$$\chi_+ = \cos a \chi_x + \sin a \chi_y, \quad \chi_- = -\sin a \chi_x + \cos a \chi_y, \quad (11)$$

$$\chi_x = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \chi_y = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (12)$$

Корреляционная функция

$$P(A_a B_b) = \langle \psi | A_a B_b | \psi \rangle = \cos 2(a - b). \quad (13)$$

Если учесть, что реальные фотоны летят не строго по осям  $\mathbf{n}_1 = z$  и  $\mathbf{n}_2 = -z$ , а в конусах  $\mathbf{n}_1 \in \Omega_1, \mathbf{n}_2 \in \Omega_2$ , то следует ввести такую характеристику, как угол  $\theta$ , равный полусумме углов конусов  $\Omega_1$  и  $\Omega_2$ . Наконец, учтем несовершенство поляризаторов и введем <sup>25, 26</sup>  $\epsilon_M^i$  ( $i = I, II$ ) — вероятность того, что фотон, поляризованный вдоль оси поляризации  $i$ -го поляризатора, пройдет через него,  $\epsilon_m^i$  — вероятность, что фотон, поляризованный перпендикулярно к этой оси, пройдет через него. Действие линз, направляющих фотон на поляризатор, приводит к тому, что идеализированная волновая функция фотонов, использованная выше, превращается в  $\psi' = D_{+z} D_{-z} \psi$ , где

$$D_{\pm z} = \begin{pmatrix} \pm \cos^2 \varphi \cos \theta + \sin^2 \varphi, & \pm \sin \varphi \cos \varphi \cos \theta - \cos \varphi \sin \varphi, & \mp \cos \varphi \sin \theta \\ \pm \cos \varphi \sin \varphi \cos \theta - \sin \varphi \cos \varphi, & \pm \sin^2 \varphi \cos \theta + \cos^2 \varphi, & \mp \sin \varphi \sin \theta \\ \pm \cos \varphi \sin \theta, & \pm \sin \varphi \sin \theta, & \pm \cos \theta \end{pmatrix}. \quad (14)$$

Оператор  $D_{\pm z}$  вращает вектор  $\mathbf{n}_1$  ( $\mathbf{n}_2$ ), превращая его в  $z$  ( $-z$ ). С учетом этих поправок получаем (см. <sup>25, 26</sup>) вместо идеализированного случая

$$\hat{A}_a = \begin{pmatrix} 2\epsilon_M^I \cos^2 a + 2\epsilon_m^I \sin^2 a - 1, & 2(\epsilon_M^I - \epsilon_m^I) \cos a \sin a, & 0 \\ 2(\epsilon_M^I - \epsilon_m^I) \cos a \sin a, & 2\epsilon_M^I \sin^2 a + 2\epsilon_m^I \cos^2 a - 1, & 0 \\ 0, & 0, & 1 \end{pmatrix}. \quad (15)$$

Тогда вычисление <sup>26</sup> дает

$$P(A_a B_b) = P(\alpha) = \langle \psi' | \hat{A}_a \hat{B}_b | \psi' \rangle = \\ = [1 - (\varepsilon_M^I + \varepsilon_m^I)] [1 - (\varepsilon_M^{II} + \varepsilon_m^{II})] + (\varepsilon_M^I - \varepsilon_m^I) (\varepsilon_M^{II} - \varepsilon_m^{II}) F_1(\theta) \cos 2(a-b), \quad (16)$$

$$F_1(\theta) \cos 2\alpha, \quad \alpha = a - b,$$

$$\alpha = a - b \quad F_1(\theta) = \frac{(7 - 3 \cos \theta - 3 \cos^2 \theta - \cos^3 \theta)^2}{12(8 - 16 \cos \theta + 9 \cos^2 \theta - 2 \cos^4 \theta + \cos^6 \theta)}. \quad (17)$$

Если бы была верна теория скрытых параметров, то неравенства Белла требуют, чтобы было

$$S = P(\beta) + P(\gamma) - P(\alpha + \beta) - P(\alpha + \gamma) - 2 \leq 0. \quad (18)$$

Квантовая механика же уже для  $\varepsilon_m^I = \varepsilon_m^{II} = 0$ ,  $\varepsilon_M^I = \varepsilon_M^{II} = 0,9$ ,  $\theta = 30^\circ$  дает при  $\alpha = 45^\circ$ ,  $\beta = -22\frac{1}{2}^\circ$ ,  $\gamma = 22\frac{1}{2}^\circ$ ,  $S = 0,306$ .

Величина  $P(A_a B_b) = P(\alpha)$  связана со скоростью совпадения фотонных пар соотношением

$$P(\alpha) = \frac{R_{pp}(\alpha) + R_{bb}(\alpha) - R_{pb}(\alpha) - R_{bp}(\alpha)}{R_{pp}(\alpha) + R_{bb}(\alpha) + R_{pb}(\alpha) + R_{bp}(\alpha)}, \quad (19)$$

где  $R_{pp}(\alpha)$  — скорость совпадений, когда оба фотона проходят через поляризаторы,  $R_{bb}(\alpha)$  — та же величина, когда оба не проходят.  $R_{pb}(\alpha)$  и  $R_{bp}(\alpha)$  — соответствующие величины, когда один из фотонов не проходит через поляризатор. Введенные в основном тексте величины  $R(\alpha)$ ,  $R_1$ ,  $R_2$  связаны с  $R_{pp}$ ,  $R_{bb}$ ,  $R_{pb}$ ,  $R_{bp}$  соотношениями

$$\left. \begin{aligned} R_{pp}(\alpha) &= R(\alpha), & R_{pb}(\alpha) &= R_1 - R(\alpha), & R_{bp}(\alpha) &= R_2 - R(\alpha), \\ R_{bb}(\alpha) &= R - R_{pp}(\alpha) - R_{pb}(\alpha) - R_{bp}(\alpha) = R + R_1^*(\alpha) - R_1 - R_2, \\ R &= R_{pp}(\alpha) + R_{bb}(\alpha) + R_{bp}(\alpha) + R_{pb}(\alpha). \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

### 3. Пример классического и квантового случая возникновения корреляции для двух частиц<sup>15</sup>

Пусть некоторое тело, находившееся первоначально в покое, разрывается на две части, обладающие угловыми моментами  $\mathbf{J}_1$  и  $\mathbf{J}_2 = -\mathbf{J}_1$ .

Два наблюдателя измеряют проекции  $\mathbf{J}_1$  и  $\mathbf{J}_2$  на некоторые направления, фиксированные единичными векторами  $\alpha$  и  $\beta$ , и определяют

$$r_\alpha = \text{sign}(\alpha \mathbf{J}_1), \quad r_\beta = \text{sign}(\beta \mathbf{J}_2).$$

Предположим, что эксперимент повторяется  $N$  раз и направления  $\mathbf{J}_1$  и  $\mathbf{J}_2$  случайно распределены. Тогда средние

$$\langle r_\alpha \rangle = \frac{1}{N} \sum_j r_{j\alpha}, \quad \langle r_\beta \rangle = \frac{1}{N} \sum_j r_{j\beta}$$

равны нулю, но  $\langle r_\alpha r_\beta \rangle = (1/N) \sum_j r_{j\alpha} r_{j\beta}$  может быть не равно нулю. Если  $\alpha = \beta$ , то всегда

$$r_{j\alpha} = -r_{j\beta} \text{ и } \langle r_\alpha r_\beta \rangle = -1.$$

Очевидно, что сохранение полного углового момента приводит к корреляции между событиями, наблюдаемыми первым и вторым наблюдателями. Поворачивая ось  $\alpha$  и следя, например, только за случаями движения осколков вдоль  $\alpha$ , мы тем самым могли бы производить разный отбор случаев движения осколков в противоположном направлении. При этом менялось бы  $r_\beta$ , но очевидно, что это изменение не есть какое-либо «влияние», а всего лишь следствие разного отбора событий.

Если рассмотреть единичную сферу, поделенную экваториальной плоскостью, перпендикулярной  $\alpha$ , так что в верхней половине  $r_\alpha = 1$ , в нижней  $r_\alpha = -1$ , затем проделать то же для  $r_\beta$ , то мы получим четыре области, в которых  $r_\alpha r_\beta = \pm 1$ . Их площади относятся как  $\frac{\theta}{\pi - \theta}$ , где  $\theta$  — угол между  $\alpha$  и  $\beta$ . Тогда

$$\langle r_\alpha r_\beta \rangle = \frac{\theta - (\pi - \theta)}{\pi} = -1 + \frac{2\theta}{\pi}.$$

Квантовая же механика для аналогичного случая синглетного состояния двух частиц со спином  $\frac{1}{2}$ , у которых измеряются  $r_\alpha = 2\alpha s_1$ ,  $r_\beta = 2\beta s_2$ , дает  $\langle r_\alpha r_\beta \rangle = \langle \psi | 2\alpha s_1 2\beta s_2 | \psi \rangle = -\cos \theta$ . Классическое среднее  $\langle r_\alpha r_\beta \rangle$ , очевидно, удовлетворяет неравенству Белла  $|\langle r_\alpha r_\beta \rangle + \langle r_{\alpha'} r_\beta \rangle + \langle r_\alpha r_{\beta'} \rangle - \langle r_{\alpha'} r_{\beta'} \rangle| \leq 2$ . Например, если  $\alpha = \beta$ ,  $\alpha'$  и  $\beta'$  таковы,

что  $\alpha\beta' = \alpha'\beta = \cos \theta$ ,  $\alpha'\beta' = \cos 2\theta$ , то

$$-1 - 2 \left(1 - \frac{2\theta}{\pi}\right) + \left(1 - \frac{4\theta}{\pi}\right) = -2.$$

В квантовом же случае

$$|1 + 2 \cos \theta - \cos 2\theta| = |2 + 2 \cos \theta (1 - \cos \theta)|,$$

что больше 2 при любом  $\theta \leq 90^\circ$ .

Ленинградский финансово-экономический институт им. Н. А. Вознесенского

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Эйнштейн А., Подольский Б., Розен Н.— В кн.: Эйнштейн А. «Собрание научных трудов». — Т. 3. — М.: Наука, 1966. — С. 604.
2. Фок В. А. Квантовая физика и строение материи. — Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1965; Квантовая физика и философские проблемы: Приложение в кн.: Бор Н. Избранные научные труды. Т. II. — М.: Наука, 1971. — С. 648.
3. Бор Н. Избранные научные труды. Т. II. — М.: Наука, 1971. — С. 180.
4. Bell J. S.— *Physica*, 1965, v. 1, p. 1951; *Rev. Mod. Phys.*, 1965, v. 38, p. 447.
5. Ахизер А. И., Половин Р. В.— *УФН*, 1972, т. 107, с. 463.
6. Belinfante F. A Survey of Hidden Variable Theories.— *Purdue*, 1971.
7. Gleason A.— *J. Math. and Mech.*, 1957, v. 6, p. 885.
8. Kochen S., Specker E.— *J. Math.*, 1967, v. 17, p. 59.
9. Burgers J. M.— *Rev. Mod. Phys.*, 1963, v. 35, p. 145.
10. Shimony A.— In: *Foundations of Quantum Mechanics. Proc. of Intern. School of Physics «Enrico Fermi»*.—1971.— P. 182.
11. Вигнер Е. Этюды о симметрии.— М.: Мир, 1979.
12. D'Espagnat B.— *Scientific American*, 1979, v. 241, No. 9, p. 129.
13. Laméhi-Rachti M., Mittig W. Saclay preprint. Colloque sur un «Demi-Siècle de la mécanique quantique», 1974.  
Laméhi-Rachti M., Mittig W.— *Phys. Rev. Ser. D*, 1976, v. 14, p. 2543.
14. Stapp H.— *Ibid.*, 1971, v. 3, p. 1303; *Nuovo Cimento, Ser. B*, 1977, v. 40, p. 191.
15. Peres A.— *Am. J. Phys.*, 1978, v. 46, p. 745.
16. Feingold S., Peres A.— *J. Phys. Ser. A*, 1980, v. 13, p. 745.
17. Bell J. S.— *Ref. TH 2053*.— CERN, 1975.
18. Франке В. А.— В кн. *Квантовая механика и теория относительности*.— Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1980.— С. 79.
19. Bell J. S.— *Цит. в*<sup>10</sup> *сб.*— P. 171.
20. Freedman S., Clauser J.— *Phys. Rev. Lett.*, 1972, v. 28, p. 938.
21. Clauser J.— *Ibid.*, 1976, v. 36, p. 1223.
22. Holt R. A., Pipkin F. M. Harvard preprint, 1974; *Adv. Atom. and Molec. Phys.*, 1978, v. 14, p. 281.
23. Fry E., Thomson R.— *Phys. Rev. Lett.*, 1976, v. 37, p. 465.
24. Aspect A., Grangier P., Roger G.— *Ibid.*, 1981, v. 47, p. 460.
25. Clauser J. F., Horne M. P., Shimony A., Holt R. A.— *Ibid.*, 1969, v. 23, p. 880.
26. См.<sup>10</sup>, p. 190.
27. Horlick-Jones T.— *Phys. Lett., Ser. A*, 1981, v. 85, p. 206.
28. Pappalardo L., Rapisarda V. A.— *Lett. Nuovo Cimento*, 1980, v. 29, p. 281.
29. Wu C. S., Shaknov I.— *Phys. Rev.*, 1950, v. 77, p. 136.
30. Faraci C., Gutkoski S., Nottarigo S., Pennisi A.— *Lett. Nuovo Cimento*, 1974, v. 9, p. 607.
31. Kasday L., Ullman J., Wu C. S. Columbia preprint.— 1975.  
Kasday L.— *Цит. в*<sup>10</sup> *сб.*— P. 195.
32. Wilson A. R., Lowe J., Butt D. K.— *J. Phys. Ser. J*, 1976, v. 2, p. 613.
33. Bruno M., D'Agostino M., Maroni C.— *Nuovo Cimento. Ser. B*, 1977, v. 40, p. 142.
34. Nesenheimer K.— *Thesis University of Freiburg*.— 1979.
35. Schrödinger E.— *Proc. Cambr. Phil. Soc.*, 1935, v. 31, p. 555.
36. Furry W. H.— *Phys. Rev.*, 1936, v. 49, p. 393.
37. Bohm D., Aharonov Y.— *Ibid.*, 1957, v. 108, p. 1070.
38. Clauser J., Shimony A.— *Rept. Progr. Phys.*, 1978, v. 41, p. 1881.
39. Aspect A.— *Phys. Rev. Ser. D*, 1976, v. 14, p. 1944.
40. Costa de Beauregard O.— *Nuovo Cimento, Ser. B*, 1977, v. 42, p. 41; 1979, v. 51, p. 267; *Lett. Nuovo Cimento*, 1979, v. 25, p. 91.
41. Гриб А. А.— *Природа*, 1974, № 4, с. 24.
42. Фон Нейман И. *Математические основы квантовой механики*.— М.: Наука, 1964.

43. Мизнер Ч., Торн К., Уилер Дж. Гравитация. Т. III.— М.: Мир, 1977.
44. Davies P. C. W. Other Worlds: Space, Superspace and the Quantum Universe.— N.Y.; Lnd.: Cambridge Univ. Press, 1979.
45. Гр и б А. А.— В кн. Философия и развитие естественнонаучной картины мира. — Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1981.— С. 75.
46. Bohm D., Bub J.— Rev. Mod. Phys., 1966, v. 38, p. 453.
47. Paraliolis C.— Phys. Rev. Lett., 1967, v. 18, p. 622.
48. Холево А. С. Вероятностные и статистические аспекты квантовой теории.— М.: Наука, 1980.
49. Cirel'son С.— Lett. Math. Phys., 1980, v. 4, No. 2, p. 93.
50. Кузьмин М. В.— Филос. науки, 1980, № 4, с. 66.
51. Zeldovich Ya. B.— In: Magic without Magic: John Archibald Wheeler/Ed. J. Clouder.— San Francisco, 1972.— P. 277.
52. Day T. B.— Phys. Rev., 1961, v. 121, p. 1204.
53. Inglis D. R.— Rev. Mod. Phys., 1961, v. 33, p. 1.
54. Loudon R.— Rept. Progr. Phys., 1980, v. 43, p. 913.
55. Paul H.— Fortschr. Phys., 1980, Bd. 28, S. 633.
56. Jaynes F. T.— In: Coherence and Quantum Optics — N.Y.: Plenum Press, 1973.— P. 35.
57. Ахизер А. И., Берестецкий В. Б. Квантовая электродинамика.— М.: Физматгиз, 1959.
58. Schrödinger F.— Naturwissenschaften, 1935, Bd. 23, S. 807.
59. Stapp H.— Found. Phys., 1982, v. 12, p. 363.
60. Wigner E. P.— Цит. в <sup>10</sup> сб.— P. 1.
61. Zeh H.— Found. Phys., 1970, v. 1, p. 67.
62. Ballentine I.— Rev. Mod. Phys., 1970, v. 42, p. 358.
63. Bertolini C., Diana E., Scotti A.— Nuovo Cimento. Ser. B, 1981, v. 63, p. 651.
64. Pilegor R. L., Mandel L.— Phys. Rev., 1967, v. 159, p. 1084.
65. Liao P. F., Bjorkland C.— Phys. Rev. Lett., 1976, v. 36, p. 584.
66. Aspect A., Dalibard I., Roger G.— Phys. Rev. Lett., 1982, v. 49, p. 1804.