1969 г. Июль *Том 98, вып. 3*

УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

МЕТОДИЧЕСКИЕ ЗАМЕТКИ

538.3

ОБ ИЗЛУЧЕНИИ И СИЛЕ РАДИАЦИОННОГО ТРЕНИЯ ПРИ РАВНОМЕРНО УСКОРЕННОМ ДВИЖЕНИИ ЗАРЯДА

В. Л. Гинзбург

В физике имеется немало «вечных вопросов», которые в течение десятилетий продолжают обсуждаться в научной литературе, не говоря уже об учебниках. В качестве примеров из области одной только классической электродинамики можно указать на выбор тензора энергии-импульса для поля в среде (речь идет о тензорах Абрагама и Минковского), на проблему электромагнитной массы и уравнения движения с учетом силы радиационного трения и на вопрос об излучении и реакции излучения при равномерно ускоренном движении заряда.

В 1969 г. исполняется шестьдесят лет с тех пор, как вопрос о поле равномерно ускоренного заряда впервые был рассмотрен М. Борном [1]. Из решения Борна был сделан вывод, что равномерно ускоренный заряд не излучает — именно такое мнение нашло отражение в известной книге В. Паули [2]. Вместе с тем Г. Шотт [3] и затем ряд других авторов пришли к противоположному заключению о наличии излучения для равномерно ускоренного заряда, как и при любом другом ускоренном движении. Вместе с тем сила радиационного трения в случае равномерно ускоренного движения заряда равна нулю, что при наличии излучения кажется парадоксальным. Обсуждению этого и родственных вопросов, связанных с излучением равномерно ускоренного заряда, посвящен целый ряд статей, из которых укажем только на появившиеся за последние годы [4-7] (в [4-7] можно найти ссылки на более раннюю литературу; см. также ниже). При этом, например, в статье [6] установление баланса энергии при равномерно ускоренном движении заряда характеризуется как «самая загадочная проблема классической физики».

Проблема излучения равномерно ускоренного заряда и большинство других «вечных вопросов», несомненно, не имеют какого-то актуального значения и именно поэтому оказались недостаточно выясненными в течение столь длительного времени. Но, с другой стороны, пренебрежение к подобным вопросам методического характера иногда мстит за себя. Например, некоторые неточности и недоразумения, обнаруженные недавно в теории синхротронного (магнитотормозного) излучения, связаны как раз с часто встречающимся приравниванием излучаемой энергии (полного потока излучения) работе силы радиационного трения (см. [8], а также [9], где указан ряд других статей, посвященных упоминаемой здесь задаче теории синхротронного излучения). В действительности же для нестационарного случая излучаемая энергия и работа радиационной силы не равны друг другу. С этим обстоятельством связано и разрешение парадокса, касающегося излучения равномерно ускоренного заряда. Как нам представляется, указанное обстоятельство не было в достаточной мере учтено в ходе предшествующей дискуссии [4-6]. Недостаточно подробно было обсуждено также поведение равномерно ускоренного заряда с точки зрения принципа эквивалентности. По этим причинам и на основании известного опыта, свидетельствующего об отсутствии достаточной ясности при обсуждении соответствующих вопросов даже в кругу весьма квалифицированных физиков, кажется уместным еще раз остановиться здесь на излучении и радиационной силе при равномерно ускоренном движении заряда.

I. ИЗЛУЧЕНИЕ И РАДИАЦИОННАЯ СИЛА В СЛУЧАЕ РАВНОМЕРНО УСКОРЕННОГО ДВИЖЕНИЯ ЗАРЯДА

При движении заряда e в вакууме по некоторой траектории электромагнитное поле определяется известными выражениями, следующими из потенциалов Лиенара — Вихерта:

$$\mathbf{E}=\frac{e\,[1-(v^2/c^2)]}{[R-(\mathbf{vR}/c)]^3}\,[\mathbf{R}-(\mathbf{v}/c)R]+\frac{e}{c^2\,[R-(\mathbf{vR}/c)]^3}\,[\mathbf{R}\,[(\mathbf{R}-(\mathbf{v}R/c))\,\dot{\mathbf{v}}]], \qquad (1)$$

$$\mathbf{H}=\frac{1}{R}\,[\mathbf{RE}]. \qquad (2)$$

Здесь поля $\mathbf{E}$ и $\mathbf{H}$ берутся в точке наблюдения в момент t, а в правых частях равенства величины $\mathbf{R}$, $\mathbf{v}$ и $\dot{\mathbf{v}}$ относятся к «времени излучения» $t'=t-[R(t')/c]$, причем вектор $\mathbf{R}$ проведен от точки нахождения заряда e в точку наблюдения. Далее, скорость заряда $\mathbf{v}(t')=d\mathbf{R}(t')/dt'$ и $\dot{\mathbf{v}}=d\mathbf{v}/dt'$. Очевидно, выражение $R(t')$ определяет траекторию движения заряда, но удобнее характеризовать положение заряда вектором $\mathbf{r}(t')$ и точку наблюдения вектором $\mathbf{r}(t)=\mathbf{r}(t')+\mathbf{R}(t')$, откуда также $\dot{\mathbf{r}}\equiv d\mathbf{r}/dt'=-d\mathbf{R}/dt'$ (вывод формул (1) и (2) см., например, в [10-13]).

Первый член в (1) отвечает полю заряда, движущегося со скоростью $\mathbf{v}$; этот член убывает с расстоянием R по закону $1/R^2$. Второй член в (1) убывает по закону $1/R$ и при $R\gg c^2\,[1-(v^2/c^2)]/\dot{v}$ является главным; описываемое этим членом поле оказывается поперечным и представляет собой поле некоторой электромагнитной волны. Если заряд создает такое волновое поле, то говорят, что он излучает. По существу мы имеем здесь определение, и оно не только не тривиально, но и нуждается в уточнении. Действительно, можно рассматривать волновое поле заряда, убывающее по закону $1/R$, только в волновой зоне, где лишь одно такое поле практически и присутствует. Однако убедиться в существовании волнового члена (второго члена в (1)) можно и на более близких расстояниях от заряда. В таком случае, однако, полное поле отнюдь не представляет собой поля излучения, которое распространяется со скоростью света. По причинам, ясным из дальнейшего, нам представляется, что утверждение «заряд излучает» целесообразнее понимать в более широком смысле, т. е. при наличии волнового поля и независимо от присутствия или отсутствия другой части поля. Нужно подчеркнуть также, что при измерении полей $\mathbf{E}$ и $\mathbf{H}$ в момент t мы можем делать заключения о состоянии (например, ускорении) электрона лишь в предшествующий момент $t'=t-[R(t')/c]$.

Если рассматривается только поле одного данного заряда, то при наличии излучения должен быть отличен от нуля поток энергии через любую замкнутую поверхность, окружающую заряд. Очевидно, энергия, прошедшая за время $dt=[1-(\mathbf{vn}/c)]\,dt'$ через площадку $d\sigma=R^2\,d\Omega$ в направлении $\mathbf{n}=\mathbf{R}/R$, равна ($d\Omega$ — элемент телесного угла)

$$d\mathscr{E}_n=\frac{c}{4\pi}\,[\mathbf{EH}]\,\mathbf{n}R^2\,d\Omega\,dt=\frac{e^2}{4\pi c}\,\frac{[\mathbf{n}\,[(\mathbf{n}-\mathbf{v}/c)\dot{\mathbf{v}}]]^2}{[1-(\mathbf{vn}/c)]^6}\,d\Omega\,dt, \qquad (3)$$

где в качестве полей представлено волновое поле (второй член из (1), (2)). По последней причине выражение (3), вообще говоря, справедливо лишь в волновой зоне.

Вычисление полной энергии, излучаемой в единицу времени t', дает

$$P\equiv\frac{d\mathscr{E}}{dt'}=\frac{e^2}{4\pi c^3}\int\frac{[\mathbf{n}\,[(\mathbf{n}-(\mathbf{v}/c))\,\dot{\mathbf{v}}]]^2}{[1-(\mathbf{vn}/c)]^5}\,d\Omega=\frac{2}{3}\,\frac{e^2}{c^3}\,\frac{\dot{\mathbf{v}}^2-[\mathbf{v}/c\dot{\mathbf{v}}]^2}{[1-(v^2/c^2)]^3}=-\frac{2e^2c}{3}\,w^iw_i; \qquad (4)$$

здесь $w^i = (w^0, \mathbf{w}) = du^i/ds$ — четырехмерный вектор ускорения частицы *). В силу лоренц-инвариантности выражения (4) его вычисление можно производить в любой инерциальной системе. В системе, в которой $\mathbf{v} = 0$, формула (3) справедлива при любом R и, следовательно, вычисление излучаемой энергии и установление самого факта наличия излучения можно произвести также вблизи заряда, а не только в волновой зоне [5, 7]. Такой вывод частично ясен, конечно, уже из общих соображений, поскольку поле (и, в частности, волновое поле) определено формулами (1) и (2) на любом расстоянии от заряда.

Величина $P = d\mathscr{E}/dt'$ характеризует поток энергии через сферу радиуса R в момент t, но нужно подчеркнуть, что в правой части фигурируют величины в момент $t' = t - [R(t')/c]$ и излученная энергия также отнесена к единице «времени излучения» t'. Различие между интервалами $dt = [1 - (\mathbf{v}\mathbf{n}/c)]\,dt'$ и dt' есть проявление эффекта Допплера: импульс излучения, испущенный за время dt' будет иметь длину $c\,dt$.

Если скорость заряда в момент излучения t' равна нулю (или практически достаточно мала), то излученная энергия

$$P \equiv \frac{d\mathscr{E}}{dt'} = \frac{d\mathscr{E}}{dt} = \frac{2e^2}{3e^3}\dot{\mathbf{v}}^2. \tag{5}$$

Это выражение иногда называют формулой Лармора, и оно особенно широко известно.

При нерелятивистском равномерно ускоренном движении $\dot{\mathbf{v}} = \mathrm{const}$. Релятивистским равномерно ускоренным движением называют движение, при котором ускорение постоянно в сопутствующей (собственной) системе отсчета, т. е. в системе, в которой мгновенная скорость частицы равна нулю. Если воспользоваться приведенным ранее, в сноске, выражением, для w^iw_i, то при $\mathbf{v} = 0$ получаем $w^iw_i = -w^2/c^4$ (введено обозначение $\dot{v}$ (при $v = 0$) $= w$). Такое условие, очевидно, как раз и определяет инвариантным образом релятивистское равномерно ускоренное движение.

Ограничимся здесь частным случаем прямолинейного движения (векторы $\mathbf{v}$ и $\dot{\mathbf{v}}$ коллинеарны); тогда из приведенного общего выражения для w^iw_i и условия $w^iw_i = -w^2/c^4 = \mathrm{const}$ сразу же получаем $\dot{v}/[1-(v^2/c^2)]^{3/2} = w$, или $d[v/\sqrt{1-(v^2/c^2)}]/dt = w = \mathrm{const}$. Выбирая направление скорости за ось z и для получения особенно простых выражений полагая при $t = 0$ значения $v = dz/dt = 0$ и $z = c^2/w$, имеем

$$\left.\begin{aligned} z &= c\sqrt{\frac{c^2}{w^2} + t^2}, \quad v = \frac{dz}{dt} = \frac{ct}{\sqrt{(c^2/w^2) + t^2}} = \frac{wt}{\sqrt{1 + (w^2t^2/c^2)}}, \\ \dot{v} &= \frac{dv}{dt} = \frac{c^3}{w^2\,[(c^2/w^2) + t^2]^{3/2}} = \frac{w}{[1 + (w^2t^2/c^2)]^{3/2}}. \end{aligned}\right\} \tag{6}$$

---

*) Пользуемся обозначениями, принятыми в [11]. При этом четырехмерная скорость

$$\frac{dx^i}{ds} = u^i \equiv (u^0, \mathbf{u}) = \left(\frac{1}{\sqrt{1-(v^2/c^2)}},\ \frac{\mathbf{v}}{\sqrt{1-(v^2/c^2)}}\right),$$

$$u^iu_i = u_0^2 - \mathbf{u}^2 = 1, \quad ds = c\,dt\sqrt{1-(v^2/c^2)}$$

и

$$w^i = \frac{du^i}{ds} = \left(\frac{\mathbf{v}\dot{\mathbf{v}}}{c^3[1-(v^2/c^2)]^2},\ \frac{\dot{\mathbf{v}}}{c^2[1-(v^2/c^2)]} + \frac{\mathbf{v}(\mathbf{v}\dot{\mathbf{v}})}{c^4[1-(v^2/c^2)]^2}\right),$$

где $\dot{\mathbf{v}} = d\mathbf{v}/dt$. Легко видеть, что

$$w^iw_i = -\frac{\dot{\mathbf{v}}^2}{c^4[1-(v^2/c^2)]^2} - \frac{(\mathbf{v}\dot{\mathbf{v}})^2}{c^6[1-(v^2/c^2)]^3} = -\frac{\dot{\mathbf{v}}^2 - [\mathbf{v}/c\dot{\mathbf{v}}]^2}{c^4[1-(v^2/c^2)]^3}.$$

Релятивистское равномерно ускоренное прямолинейное движение называют также гиперболическим, поскольку функция $z(t)$ представляет собой гиперболу *). В однородном и постоянном электрическом поле или поле тяготения, параллельных скорости заряда, осуществляется как раз гиперболическое движение, так как уравнение движения имеет вид

$$\frac{d}{dt}\left[\frac{mv}{\sqrt{1-(v^2/c^2}}\right]=F=\mathrm{const},$$

совпадающий с приведенным выше для гиперболического движения.

Из формул (4), (5) и сказанного очевидно, что как при нерелятивистском, так и при релятивистском равномерно ускоренном движении заряд излучает, причем $P = d\mathscr{E}/dt' = (2e^2/3c^3)w^2$. Более того, в смысле излучения движение с постоянным ускорением ничем в качественном отношении не отличается от излучения при произвольно ускоренном движении. Последнее замечание справедливо не только при вычислении полной мощности энергии $P = d\mathscr{E}/dt'$, но и для спектрального распределения излучения [7].

Ускоренно движущийся заряд, вообще говоря, испытывает силу радиационного трения $\mathbf{f}$. При нерелятивистском движении $\mathbf{f} = (2e^2/3c^3)\ddot{\mathbf{v}}$ и уравнение движения имеет вид

$$m\dot{\mathbf{v}}=\mathbf{F}+\frac{2e^2}{3c^3}\ddot{\mathbf{v}}; \tag{7}$$

$\mathbf{F}$ — внешняя сила. Релятивистское обобщение этого уравнения таково:

$$mc\frac{du^i}{ds}=\frac{e}{c}F^{ik}_{\mathrm{ext}}u_k+\frac{2e^2}{3c}\left(\frac{d^2u^i}{ds^2}+u^i\frac{du^k}{ds}\frac{du_k}{ds}\right), \tag{8}$$

где внешняя сила считается силой Лоренца (F^{ik}_{ext} — тензор внешнего электромагнитного поля). Иногда уравнение (8) записывают в другой форме, учитывая, что $u^i\frac{du_i}{ds}=0$, и, следовательно,

$$u^k\frac{d^2u_k}{ds^2}=-\frac{du^k}{ds}\frac{du_k}{ds}.$$

В трехмерных обозначениях уравнение (8) имеет вид

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{d}{dt}\left(\frac{m\mathbf{v}}{\sqrt{1+(v^2/c^2)}}\right)=e\left\{\mathbf{E}_{\mathrm{ext}}+\left[\frac{\mathbf{v}}{c}\,\mathbf{H}_{\mathrm{ext}}\right]\right\}+\mathbf{f},\\
&\mathbf{f}=\frac{2e^2}{3c^3[1-(v^2/c^2)]}\left\{\ddot{\mathbf{v}}+\dot{\mathbf{v}}\frac{3(\mathbf{v}\dot{\mathbf{v}})}{c^2[1-(v^2/c^2)]}+\right.\\
&\left.+\frac{\mathbf{v}}{c^2[1-(v^2/c^2)]}\left((\mathbf{v}\ddot{\mathbf{v}})+\frac{3(\mathbf{v}\dot{\mathbf{v}})^2}{c^2[1-(v^2/c^2)]}\right)\right\}.
\end{aligned}\right\} \tag{9}$$

Для нерелятивистского равномерно ускоренного движения сразу очевидно, что радиационная сила $\mathbf{f}=(2e^2/3c^3)\ddot{\mathbf{v}}$ равна нулю. При гиперболическом движении радиационная сила также равна нулю, так как

---

*) В общем случае равномерно ускоренного движения $[1-(v^2/c^2)]\ddot{\mathbf{v}}+(3/c^2\dot{\mathbf{v}})(\dot{\mathbf{v}}\mathbf{v})=0$ (см. [4] и указанную там литературу). Гиперболическое движение осуществляется под действием постоянного электрического поля только при условии, что скорость заряда $\mathbf{v}$ коллинеарна с полем $\mathbf{E}_{\mathrm{ext}}$. Если же заряд движется в электрическом поле под углом к $\mathbf{E}_{\mathrm{ext}}$, т. е. его скорость имеет слагающую поперек поля, то такое движение не является равномерно ускоренным (в этом случае в системе отсчета, где заряд покоится, на него действует также магнитное поле) [7], не говоря уже о том очевидном факте, что оно не может быть гиперболическим.

в этом случае

$$\frac{\dot{v}}{[1-(v^2/c^2)]^{3/2}}=w=\text{const}$$

и, следовательно,

$$\ddot{v}+\frac{3\dot{v}^2v}{c^2\,[1-(v^2/c^2)]}=0.$$

Последнее равенство приводит к обращению в нуль радиационной силы в уравнении (9). В том же легко убедиться на основе уравнения (8), подставляя решение $v=wt/\sqrt{1+(w^2t^2/c^2)}$ или $u^i=(\sqrt{1+(w^2t^2/c^2)},\ 0,\ 0,\ wt/c)$. Радиационная сила равна нулю также в общем случае равномерно ускоренного движения.

Обсуждение характера и условий применимости уравнений движения (8) и (9) также составляет один из упомянутых во введении «вечных вопросов». Речь идет здесь и об электромагнитной массе, и о том, что уравнения (8) и (9) имеют недопустимые самоускоряющиеся решения [11, 12]. Нам представляется, однако, что все это не имеет никакого значения в плане анализа движения и излучения равномерно ускоренного заряда. Достаточно сказать, что в нерелятивистской области можно было бы рассмотреть протяженный заряд и получить выражение (7) с точностью до членов, которые сколь угодно малы при выборе радиуса заряженного шарика достаточно малым; в то же время электромагнитная масса остается конечной (разумеется, здесь везде рассматривается неквантовый случай). При таком подходе ясно видно также, что уравнение (7) непригодно в начальный момент (имеем в виду решение задачи с начальными условиями; см., например, [14], а также [5]), в силу чего самоускоряющиеся решения появиться не могут. Наконец, и это, быть может, особенно убедительно в данном случае, уравнения (7) — (9) при равномерно ускоренном движении имеют вполне определенный смысл, и никаких трудностей или неясностей при этом не возникает (в частности, как мы увидим ниже, уравнения (7) и (8) приводят к результату, согласующемуся с принципом эквивалентности).

II. ЧТО ЖЕ НЕЯСНО В ВОПРОСЕ ОБ ИЗЛУЧЕНИИ И ДВИЖЕНИИ РАВНОМЕРНО УСКОРЕННОГО ЗАРЯДА?

При обсуждении вопроса об излучении и движении равномерно ускоренного заряда возникают неясные моменты или кажущиеся парадоксы нескольких типов.

Во-первых, речь идет о найденном в [1] поле при гиперболическом движении (см. также [2, 4, 6]). Соответствующее решение для поля оказывается пригодным не при всех значениях z и t, что связано с рассмотрением равномерно ускоренного движения от $t=-\infty$ до $t=+\infty$. Попытки «исправить» решение [1] не увенчались успехом, и, например, статья [6] заканчивается утверждением: «Мы, таким образом, приходим к выводу, что уравнения Максвелла несовместимы с существованием одиночного заряда равномерно ускоренного все время». Такое заключение вполне может оказаться справедливым, поскольку при неограниченном во времени гиперболическом движении полная излученная энергия бесконечна, а при $t\to\pm\infty$ бесконечна также кинетическая энергия заряда (скорость заряда равна c). Но решение для неограниченного движения и не нужно искать при любой реальной физической постановке задачи, при которой частица движется равномерно ускоренно только в течение конечного интервала времени. Например, если речь идет о движении в однородном и постоянном электрическом поле и, конкретно, в конденсаторе, то заряд движется в конденсаторе при $t_1'<t'<t_2'$, а при $t'<t_1'$ и $t'>t_2'$ его скорость, скажем, постоянна (напомним, что такое движение в конденсаторе является равномерно ускоренным и, конкретно, гиперболическим только в случае параллельности скорости заряда и вектора поля). Если учесть это обстоятельство, то возможность нахождения решения для поля в виде запаздывающих потенциалов не вызывает сомнений.

Второй вопрос, который обсуждается в литературе [4, 6, 7], связан с интерпретацией решения [1] в книге Паули [2], где сделано заключение, что «гиперболическое движение выделяется, таким образом, также тем, что оно не связано с образованием волновой зоны и соответствующего излучения». Такой вывод в дальнейшем считается вполне естественным, поскольку при гиперболическом движении исчезает радиационная сила (см. выше), «как это и должно быть, так как в этом случае никакого излучения нет» [2].

В статье [4] показано, что используемое в [1, 2] решение для поля равномерно ускоренного электрона, непригодное при всех z и t, тем не менее может использоваться при $t > -z/c$ и приводит для излучаемой энергии к тому же результату

$$P=\frac{d\mathscr{E}}{dt'}=\frac{2e^2}{3c^3}w^2,$$

который следует из вышеприведенного более общего доказательства. Что же касается заключения Паули об отсутствии волновой зоны, то оно относится к другому случаю, а именно, когда при фиксированном времени наблюдения t увеличивается расстояние $R=c\,(t-t')$. Отсюда при $R\to\infty$ время $t'\to-\infty$. Но при $t'\to-\infty$ для частицы, совершающей гиперболическое движение (см. формулы (6)),

$$1-\frac{v^2}{c^2}=\frac{1}{1+[w^2\,(t')^2/c^2]}\approx\frac{c^2}{w^2\,(t')^2}\quad\text{и}\quad \dot v\,(t')\approx\frac{c^3}{w^2\,(t')^3},$$

откуда

$$\frac{c^2}{\dot v}\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)\approx ct'.$$

В то же время, как следует из (1) и уже указывалось, в волновой зоне $R\gg c^2[1-(v^2/c^2)]/\dot v$, и для гиперболического движения это условие не может быть выполнено при фиксированном $t=t'+(R/c)$ и $R\to\infty$. Тем самым ясна известная условность понятия об энергии, излученной зарядом,— нужно условиться о каких значениях времени, t или t', идет речь.

Для движения, равноускоренного в конечном интервале времени, ситуация тем не менее представляется вполне определенной. При данном времени наблюдения t и известном законе движения заряда находим $R\,(t')$ и время излучения t'. Если значение t' лежит в интервале $(t'_1,\ t'_2)$, когда заряд двигался равномерно ускоренно, можно утверждать, что в этот момент t' на заряд не действовала радиационная сила и в то же время заряд излучал,— поток энергии через сферу с радиусом $R\,(t')$ в момент $t=t'+(R/c)$ будет отличен от нуля.

Третий и основной вопрос, связанный с излучением и движением равномерно ускоренного заряда, как раз и состоит в том, что наличие излучения при отсутствии силы радиационного торможения кажется парадоксальным.

Четвертый вопрос касается применения принципа эквивалентности, лежащего в основе общей теории относительности. Согласно этому принципу все физические явления протекают совершенно одинаково в инерциальной системе отсчета K_g, в которой имеется однородное поле тяготения с ускорением силы тяжести $\mathbf{g}$, и в равномерно ускоренной системе K_a, движущейся с ускорением $-\mathbf{g}$ относительно инерциальной системы отсчета без поля тяготения. При наличии однородного поля тяжести незакрепленный заряд равномерно ускорен относительно инерциальной системы и, согласно сказанному выше, будет излучать. В ускоренной же системе отсчета K_a заряд, как кажется, не должен излучать, ибо он не ускорен относительно инерциальной системы. Системы K_g и K_a представляются, таким образом, неэквивалентными, т. е. принцип эквивалентности кажется нарушенным. На самом же деле заряд в системе K_a излучает точно так же, как и в системе K_g, т. е. принцип эквивалентности безусловно соблюдается.

В двух последующих разделах мы остановимся на разъяснении только что сформулированных парадоксов.

III. О ВЫЧИСЛЕНИИ ИЗЛУЧАЕМОЙ ЭНЕРГИИ РАЗНЫМИ СПОСОБАМИ И ЗАКОНЕ СОХРАНЕНИЯ ЭНЕРГИИ В ЭЛЕКТРОДИНАМИКЕ

При определении излучаемой зарядом энергии или интенсивности излучения, наблюдаемого на заданной поверхности, вычисляют вдали от заряда вектор Пойнтинга $\mathbf{S} = c\,[\mathbf{EH}]/4\pi$ и, если речь идет о потерях энергии зарядом, находят поток этого вектора через замкнутую поверхность. Именно так получаются, в частности, стандартные формулы (4) и (5). Однако использованием этих формул дело не ограничивается, в частности, потому, что они справедливы лишь в вакууме. Если же заряд движется в среде, то получаются, вообще говоря, совсем другие результаты. Достаточно сказать, что в среде может излучать даже равномерно движущийся заряд,— именно это и наблюдается в случае излучения Вавилова — Черенкова или переходного излучения. Вычисление вектора Пойнтинга и его потока через поверхность остается, разумеется, способом определения излученной энергии и при движении заряда в среде (точнее, имеем в виду среду без пространственной дисперсии, так как при наличии такой дисперсии плотность потока энергии не сводится к вектору Пойнтинга). Но потери энергии зарядом или излучаемую энергию вычисляют также двумя другими способами: путем определения производной по времени от энергии поля

$$\frac{d}{dt}\int\frac{\mathbf{ED}+H^2}{8\pi}\,dv$$

или в результате нахождения работы $e\mathbf{vE}' = \mathbf{vf}$, которую совершает заряд против создаваемого им же самим поля (иными словами, вычисляется работа силы радиационного трения $\mathbf{f}$, которая при наличии среды, конечно, уже не определяется выражениями (7) — (9)). Для часто встречающегося случая (ниже ясно какого) все три указанных способа приводят к одному и тому же результату; в качестве одного из многих примеров укажем на вычисление энергии излучения Вавилова — Черенкова *). В действительности же полный поток энергии и изменение энергии поля при работе радиационной силы, вообще говоря, не равны друг другу. Забвение этого обстоятельства привело, например, к неточности в теории синхротронного излучения при винтовом (некруговом) движении частиц [8] (см. также [9], где приведены ссылки на несколько статей, опубликованных на ту же тему в 1968 г.).

Парадокс, возникающий в связи с излучением равномерно ускоренного заряда, также связан с незаконным отождествлением потока энергии с работой радиационной силы.

*) В оригинальной работе И. Е. Тамма и И. М. Франка [15] вычислялся поток энергии, в [16] определялось изменение энергии поля в единицу времени и, например, в [17] вычислена работа силы радиационного трения, отвечающая черенковскому излучению.

Из уравнений электромагнитного поля хорошо известным способом получается соотношение (теорема Пойнтинга)

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{E^2+H^2}{8\pi}\right)=-\mathbf{jE}-\operatorname{div}\mathbf{S},\quad \mathbf{S}=\frac{c}{4\pi}[\mathbf{EH}]. \qquad (10)$$

Здесь и ниже ограничиваемся случаем вакуума и будем рассматривать движение одного точечного заряда, когда $\mathbf{j}=e\mathbf{v}\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}_e(t))$. После интегрирования по некоторому объему V, ограниченному поверхностью σ, имеем

$$\frac{dW_{\text{э.-м}}}{dt}=-e\mathbf{vE}-\oint S_n\,d\sigma,\quad W_{\text{э.-м}}=\int\frac{E^2+H^2}{8\pi}\,dV. \qquad (11)$$

С другой стороны, из уравнения движения (9) получаем

$$\frac{dW_k}{dt}=e\mathbf{vE}_{\text{ext}}+\mathbf{vf},\quad W_k=\frac{mc^2}{\sqrt{1-(v^2/c^2)}}. \qquad (12)$$

В (11) по смыслу фигурирует полное поле $\mathbf{E}=\mathbf{E}_{\text{ext}}+\mathbf{E}'$, где $\mathbf{E}'$ — поле самого заряда; в месте, где он находится, $e\mathbf{E}'=\mathbf{f}$, и, следовательно, в (11) член $e\mathbf{vE}=e\mathbf{vE}_{\text{ext}}+\mathbf{vf}$. Поэтому, как и нужно ожидать, из (11) и (12) приходим к закону сохранения

$$\frac{d(W_{\text{э.-м}}+W_k)}{dt}=-\oint S_n\,d\sigma. \qquad (13)$$

Энергия поля $W_{\text{э.-м}}$ включает энергию внешнего поля $\mathbf{E}_{\text{ext}}$ и $\mathbf{H}_{\text{ext}}$, например энергию поля в конденсаторе, через который пролетает и ускоряется рассматриваемый заряд. Поэтому исключительно для упрощения задачи будем считать, что заряд ускоряется каким-то внешним полем неэлектромагнитного характера (влияние этого поля в уравнениях (8) и (9) не учтено; то же относится и к соотношениям (12) и (13)).

Тогда закон сохранения (11) принимает вид

$$\frac{dW_{\text{э.-м}}}{dt}=-\mathbf{vf}-\oint S_n\,d\sigma, \qquad (14)$$

где $W_{\text{э.-м}}$ — энергия поля заряда (все остальные поля, как сказано, считаются отсутствующими); подчеркнем, что в (10) — (14) везде в качестве невыписанных аргументов фигурирует одно время — время наблюдения t.

Уравнение (14), имеющее вполне ясный смысл, показывает, что работа радиационной силы $\mathbf{vf}$, изменение энергии поля $dW_{\text{э.-м}}/dt$ и полный поток энергии поля $\oint S_n d\sigma$ связаны одним соотношением и в общем случае отнюдь не равны друг другу по абсолютной величине. Если же рассматривается стационарное движение, то $dW_{\text{э.-м}}/dt=0$ и $-\mathbf{vf}=\oint S_n\,d\sigma$. Далее можно вычислять энергию $W_{\text{э.-м}}$ во всем пространстве, отодвигая поверхность σ на бесконечность, в силу чего $\oint S_n\,d\sigma=0$. Тогда $dW_{\text{э.-м}}/dt=-\mathbf{vf}$. Сказанное поясняет, почему, скажем, потери энергии частицей $\mathbf{vf}$ в стационарном режиме можно определить, вычисляя $\oint S_n d\sigma$ или $dW_{\text{э.-м}}/dt$.

Стационарное излучение в точном смысле этого слова осуществить нелегко (примером стационарного процесса может служить черенковское излучение), и обычно речь идет о периодическом процессе, когда $W_{\text{э.-м}}(t_1)=W_{\text{э.-м}}(t_1+T)$. Именно так обстоит дело в случае, например, неподвижного осциллятора или синхротронного излучения заряда, движущегося по круговой орбите (здесь существенно, что через период T излучающая частица возвращается в ту же точку). Для периодического процесса

$$\int_{t_1}^{t_1+T}\mathbf{v}(t)\,\mathbf{f}(t)\,dt=-\int_{t_1}^{t_1+T}\oint S_n(t)\,d\sigma\,dt. \qquad (15)$$

Очевидно, здесь несущественно несовпадение времени наблюдения t и времени излучения t', поскольку для периодического процесса выбор момента t_1 не играет роли. Если же имеется движение, при котором энергия поля $W_{\text{э.-м}}(t < t_1) = W_{\text{э.-м}}(t > t_2) = W^{(0)}_{\text{э.-м}}$, то опять справедливо соотношение (15), но с заменой $t_1 + T$ на любое время $t > t_2$. Как раз таково, или практически мало отличается от него, положение в случае излучения заряда, «отражающегося» от электрического поля в конденсаторе (считается, что при $t < t_1' \leqslant t_1$ и $t > t_2' \geqslant t_2$ скорость заряда постоянна). Нужно только иметь в виду, что энергия $W_{\text{э.-м}}(t)$ зависит от объема V, ограниченного поверхностью σ (так, временем t_1 можно считать время попадания заряда в конденсатор t_1', но время t_2 должно быть больше, чем время вылета частицы из конденсатора t_2', ибо поле излучения должно успеть покинуть объем V).

Сила радиационного трения, фигурирующая в нерелятивистском уравнении (7), очевидным образом удовлетворяет сделанным выводам. Действительно,

$$\mathbf{v}\ddot{\mathbf{v}} = \frac{d}{dt}(\mathbf{v}\dot{\mathbf{v}}) - \dot{\mathbf{v}}^2,$$

и в условиях, когда $[\mathbf{v}\dot{\mathbf{v}}]_{t_1}^{t_1+T} = 0$ и справедливо соотношение (15),

$$-\int \mathbf{v}\mathbf{f}\,dt = -\frac{2e^2}{3c^3}\int \mathbf{v}\ddot{\mathbf{v}}\,dt = \frac{2e^2}{3c^3}\int \dot{\mathbf{v}}^2\,dt = \int P\,dt = \int\oint S_n\,d\sigma\,dt. \quad (16)$$

Здесь учтена также нерелятивистская формула (5), в которой

$$P = \frac{d\mathcal{E}}{dt} = \oint S_n\,d\sigma,$$

причем либо $v \to 0$, либо интеграл вычисляется в волновой зоне.

В релятивистском случае выпишем после элементарных подстановок временнýю компоненту уравнения (8)

$$\frac{d}{dt'}\left(\frac{mc^2}{\sqrt{1-(v^2/c^2)}}\right) = e\mathbf{v}\mathbf{E}_{\text{ext}} + \frac{2e^2}{3}\left(\frac{dw^0}{dt'} + cw^i w_i\right). \quad (17)$$

С учетом соотношения (4) уравнение (17) принимает вид

$$\left.\begin{aligned} &\frac{d}{dt'}\left(\frac{mc^2}{\sqrt{1-(v^2/c^2)}}\right) = e\mathbf{v}\mathbf{E}_{\text{ext}} + \mathbf{v}\mathbf{f} = e\mathbf{v}E_{\text{ext}} + \frac{2e^2}{3}\frac{dw^0}{dt'} - P,\\ &w^0 = \frac{\mathbf{v}\dot{\mathbf{v}}}{c^3[1-(v^2/c^2)]^2}, \quad P = \frac{d\mathcal{E}}{dt'} = -\frac{2e^2c}{3}w^i w_i. \end{aligned}\right\} \quad (18)$$

В (17) и (18) время обозначено через t'; это время характеризует движение заряда и при рассмотрении излучения представляет собой время излучения. Между тем в (14) и в исходных выражениях (10) и (11) фигурирует одно и то же время t для зарядов и поля. В этой связи даже при вычислении полей в волновой зоне излученная энергия $P = d\mathcal{E}/dt'$ отличается от

$$\frac{d\mathcal{E}}{dt} = \oint S_n(t)\,d\sigma.$$

Влетающий в конденсатор параллельно тормозящему полю заряд все время t' пребывания в поле (как указано, $t_1' \leqslant t' \leqslant t_2'$) излучает электромагнитные волны, причем

$$P = \frac{d\mathcal{E}}{dt'} = \frac{2e^2}{3c^3}w^2 = \frac{4e^4E^2_{\text{ext}}}{3m^2c^3} = \text{const}.$$

Это значит, что на достаточно большом расстоянии $R(t')$ от заряда в момент $t = [t' + R(t')]/c$ будет наблюдаться поле излучения с соответствующим значением потока энергии. Радиационная сила при $t' < t_1'$ и $t' > t_2'$ на заряд не действует и он движется по закону

$$\frac{d}{dt'}\frac{m\mathbf{v}}{\sqrt{1-v^2/c^2}} = \mathbf{F}_{\text{ext}} = e\mathbf{E}_{\text{ext}}.$$

Вместе с тем в моменты t_1' и t_2' на заряд действует сила трения, и работа этой силы за все время ускоренного движения

$$\int_{t_1'}^{t_2'} \mathbf{vf}\, dt' = -\int_{t_1'}^{t_2'} P\, dt' = -\frac{2e^2}{3c^3} w^2 (t_2'-t_1'),$$

т. е. в точности равна излученной энергии.

Равенство нулю радиационной силы в течение равномерно ускоренного движения заряда ни в какой мере не парадоксально, несмотря на наличие излучения. Действительно, отличный от нуля полный поток энергии через окружающую заряд поверхность при равной нулю радиационной силе в точности равен уменьшению энергии поля в охватываемом этой поверхностью объеме. В общем же случае отличны от нуля все три величины $dW_{\text{э.-м}}/dt$, $\mathbf{vf}$ и $\oint S_n\, d\sigma$ (см. соотношение (14)). Ожидать обязательно равенства работы радиационной силы $\mathbf{vf}$ и потока энергии

$$\frac{d\mathcal{E}}{dt} = \oint S_n\, d\sigma$$

или потока $d\mathcal{E}/dt' = P$ тем более нет оснований, что сила приложена к заряду, а поток вычисляется через сферу радиуса $R\,(t')$. В полном соответствии с духом теории поля поток энергии через поверхность непосредственно определяется полем вблизи этой поверхности, а не полем на траектории заряда, находящегося внутри поверхности *).

Все эти пояснения могут показаться, и самому автору представляются, слишком детальными. Но сделано это потому, что в подробной статье [4], специально посвященной излучению равномерно ускоренного заряда, совсем не используется закон сохранения (14). Вместо этого, как и в ряде предшествующих работ, вводится понятие об «энергии ускорения» (acceleration energy)

$$Q = \frac{2e^2w^0}{3} = \frac{2e^2}{3c^3}\frac{\mathbf{v}\dot{\mathbf{v}}}{[1-(v^2/c^2)]^2}.$$

Как ясно из (18),

$$\mathbf{vf} = \frac{dQ}{dt'} - P$$

и уравнения (12), (17), (18) записываются в виде

$$\frac{dW_k}{dt'} - \left(\frac{dQ}{dt'} - P\right) = e\mathbf{v}\mathbf{E}_{\text{ext}}, \quad W_k = \frac{mc^2}{\sqrt{1-(v^2/c^2)}}, \quad Q = \frac{2e^2\mathbf{v}\dot{\mathbf{v}}}{3c^3[1-(v^2/c^2)]^2}. \tag{19}$$

В [4] величина Q вначале интерпретируется как часть «внутренней энергии заряженной частицы», а затем там же в [4], а также в [18] Q считается частью энергии поля, непосредственно окружающего частицу, но не вносящего вклада в ее электромагнитную массу. С этой точки зрения при равной нулю радиационной силе можно считать, что излучаемая энергия P черпается из «энергии ускорения» Q или «внутренней энергии» $(W_k - Q)$. Если же считать Q частью энергии поля, то энергия излучения P черпается из энергии поля. Формально последнее совершенно верно, ибо $P = d\mathcal{E}/dt'$ представляет собой отнесенный к единице времени t' поток энергии поля через некоторую охватывающую заряд поверхность.

Нам представляется, однако, что введение какой-то «энергии ускорения» или «внутренней энергии» заряда не только ничего не прибавляет к пониманию баланса энергии, но и запутывает вопрос. Заряд обладает лишь энергией $W_k = mc^2/\sqrt{1-(v^2/c^2)}$;

*) Если речь идет не о самой радиационной силе $\mathbf{f}$, а о ее работе в единицу времени $\mathbf{vf}$, то различие между упомянутыми величинами проявляется, можно сказать, совсем тривиальным образом. Действительно, независимо от величины силы $\mathbf{f}$ ее работа в единицу времени $\mathbf{vf}$ равна нулю при $\mathbf{v} = 0$, т. е. для заряда, покоящегося в данный момент t'. Значения же потока и, скажем, величины P определяются в первую очередь ускорением заряда в тот же момент t' и при $\mathbf{v} = 0$ в нуль не обращаются.

разделение радиационной силы **f** или работы этой силы **vf** на две части или любое другое число частей, конечно, не однозначно и уже поэтому не может иметь особого смысла. Точнее, если такой смысл придается, то это возможно только в связи с отождествлением части работы **vf** с выражением P, определяемым из независимых соображений.

Итак, при обсуждении вопроса о балансе энергии при ускоренном движении и излучении заряда мы не видим ни оснований, ни какой-либо необходимости выходить за пределы законов сохранения (12) и (14). Разумеется, запись работы **vf** в виде суммы двух членов (см. (18)) также удобна и естественна, но нет нужды придавать этим членам какой-то новый смысл.

IV. О ПРИНЦИПЕ ЭКВИВАЛЕНТНОСТИ В ПРИМЕНЕНИИ К РАВНОМЕРНО УСКОРЕННОМУ ДВИЖЕНИЮ

В силу равенства инертной и тяжелой масс все нейтральные тела падают в поле тяжести с одинаковым ускорением и, следовательно, в рамках классической механики нельзя отличать движение в однородном поле тяготения с ускорением силы тяжести **g** от движения относительно системы отсчета K_a, которая имеет ускорение $-\mathbf{g}$ по отношению к инерциальной

Системы отсчета

Система	Ускорение заряда	Излученная энергия	Характер системы
K_g	**g**	$\frac{2e^2}{3c^3}g^2$	Инерциальная система, в которой имеется однородное и постоянное поле тяжести с ускорением **g**
K_a	**g**	$\frac{2e^2}{3c^3}g^2$	Неинерциальная система отсчета, движущаяся относительно инерциальной системы K с постоянным ускорением $-\mathbf{g}$ Поля тяжести в этой системе нет
K_{ga}	0	0	Система K_{ga} свободно падает в системе K_g, т. е. имеет относительно K_g ускорение **g**. Система K_{ga} называется локально-инерциальной (с точки зрения общей теории относительности система K_{ga} эквивалентна системе K — инерциальной системе отсчета без поля тяготения)
K	0	0	Инерциальная система без поля тяжести. Система K_a движется относительно этой системы K с ускорением $-\mathbf{g}$
K_g	0 (заряд удерживается внешней силой)	0	Речь идет о заряде, «лежащем на столе» в системе K_g, т. е. заряде неподвижном в этой системе в результате компенсации силы тяжести какой-то другой силой

Во всех системах заряд в рассматриваемый момент времени неподвижен (имеет скорость $v=0$). Подчеркнем, что системы K_g и K_{ga}, с одной стороны, и системы K_a и K, с другой, отвечают различным физическим ситуациям. Так, в системах K_g и K_{ga} имеется поле тяжести (в классическом смысле) и, например, система K_g связана с Землей, а система K_{ga} — с ракетой, свободно падающей на Землю (неоднородностью поля тяготения и вращением Земли здесь пренебрегается). В системах K_a и K никакого поля тяжести нет, и, скажем, они находятся вдали от всех звезд, где-то в межзвездном или межгалактическом пространстве.

системе отсчета K *без поля тяготения* *). Обобщение этого утверждения на все физические процессы и составляет содержание принципа эквивалентности (см., например, [2]). Если инерциальную систему отсчета с полем тяготения (ускорение $\mathbf{g}$) назвать системой K_g, то, согласно принципу эквивалентности, системы K_g и K_a равноправны, т. е. при одинаковых начальных и граничных условиях все физические процессы в них должны происходить совершенно одинаково. Как сказано, в механике справедливость принципа эквивалентности обеспечена в результате равенства инертной и тяжелой масс.

Будем теперь считать движущуюся частицу заряженной, ограничившись для простоты нерелятивистским случаем, когда справедливо уравнение (7), принимающее в системе K_g вид

$$\dot{\mathbf{v}} = \mathbf{g} + \frac{2e^2}{3mc^3}\ddot{\mathbf{v}}. \qquad (20)$$

Если, как это и предполагалось, $\mathbf{g} = \mathrm{const}$, уравнение (20) имеет решение $\dot{\mathbf{v}} = \mathbf{g} = \mathrm{const}$, и мы видим, что принцип эквивалентности действительно справедлив в применении к заряженным частицам. Однако этот принцип был бы уже несправедлив, если пытаться распространить его на однородные, *но переменные во времени поля тяготения* **). В самом деле, для незаряженных частиц поле $\mathbf{g}(t)$ можно «заменить», выбрав ускоренную систему отсчета K_a с ускорением $-\mathbf{g}(t)$ относительно системы K. Но движение заряженной частицы в системе K_g описывается уравнением (20) и, в частности, зависит от массы частицы m. При отсутствии же поля тяжести заряженная частица, как и всякая другая, движется относительно инерциальной системы K с постоянной скоростью, а относительно системы K_a с не зависящим от массы m ускорением $\mathbf{g}(t)$.

Для построения общей теории относительности и, наоборот, в качестве следствия общей теории относительности необходимо и достаточно соблюдение принципа эквивалентности «в малом», т. е. локально — в достаточно малой пространственно-временной области, когда поле тяготения может считаться однородным и постоянным. Поэтому мы заключаем, что уравнение (20) находится в полном соответствии с принципом

---

*) Рассуждения, очевидно, ведутся на классическом (доэйнштейновском) уровне и поле тяжести понимается в ньютоновском смысле, в силу чего поле тяжести считается независимым от выбора системы отсчета. Например, в качестве системы K_g (см. ниже) можно выбрать систему, связанную с Землей (при этом, однако, не должно сказываться вращение Земли, а также неоднородность ее поля тяжести; оба эти условия, практически, можно выполнить рассматривая достаточно малую область околоземного пространства в течение достаточно малого промежутка времени).

**) В связи со сказанным нам представляется неправильным следующее замечание, имеющееся в [11] (стр. 291): «Несколько более общим случаем является неравномерно ускоренная система отсчета,— она, очевидно, эквивалентна однородному, но переменному гравитационному полю». Впрочем, это утверждение является естественным следствием того факта, что в [11], как и в некоторых других книгах, принцип эквивалентности формулируется по сути дела как чисто механический (т. е. равнозначный равенству инертной и тяжелой масс или, что то же самое, утверждению о независимости ускорения в поле тяжести от массы тела). Нам представляется, однако, что принцип эквивалентности обязательно следует (как и поступал Эйнштейн) формулировать более общим образом — в применении к любым физическим явлениям. Чтобы показать, насколько велико может оказаться такое различие, напомним ситуацию с принципом относительности. В классической механике этот принцип (равноправие всех инерциальных систем отсчета) справедлив при использовании преобразований *Галилея*. Но тот же принцип относительности при его распространении на оптику приводит уже к преобразованиям Лоренца. Таким образом, в логическом плане переход от равенства тяжелой и инертной масс к принципу эквивалентности подобен обобщению принципа относительности классической механики на всю физику. Здесь, правда, имеется известное отличие, уже подчеркнутое, например, в [19], но оно все же не меняет сути дела и здесь нет нужды на нем останавливаться.

эквивалентности. Любопытно, кстати, что уже на основе этого принципа можно утверждать, что радиационная сила при равномерно ускоренном движении должна исчезать.

Остается, однако, вопрос об излучении равномерно ускоренного заряда. Казалось бы, фиксируя наличие излучения, можно отличить системы K_g и K_a, поскольку заряд, помещенный в первую из них, ускорен и излучает, а заряд, находящийся во второй системе, не ускорен относительно инерциальной системы отсчета K и, следовательно, кажется, что он не должен был бы излучать. Этот парадокс обсуждается в [4, 5, 20], где приводятся два аргумента. Во-первых, если фиксировать излучение обычным способом в волновой зоне, то измерение не носит локального характера и на это можно ссылаться, считая, что в волновой зоне мы выходим за пределы области однородности гравитационного поля. Такой довод [4, 20] имеет под собой довольно глубокие основания (см. ниже), хотя на первый взгляд он представляется недостаточно убедительным и отвергается в статье [5]. В этой связи сразу же нужно заметить, что, как уже указывалось, наличие излучения в том смысле, что

$$P = d\mathscr{E}/dt' \neq 0,$$

можно установить на любом расстоянии от излучающего заряда, и поэтому ссылаться на удаленность волновой зоны недостаточно.

Второе соображение таково. Полная излучаемая энергия

$$P = -\frac{2e^2c}{3} w^i w_i$$

(см. (4)) лоренц-ковариантна, т. е. одинакова в любой инерциальной системе отсчета K. Однако при переходе к неинерциальным системам, в частности к равномерно ускоренной системе K_a, величина P уже не сохраняется. В обсуждаемом случае величина P в инерциальной системе K равна нулю, но в системе K_a она вовсе не должна равняться и не равняется нулю *).

Тем самым парадокс в качественном отношении сразу же разрешается. Для соблюдения принципа эквивалентности нужно, далее, чтобы излучаемая в системе K_a энергия равнялась $P = (2e^2/3c^3)g^2$, ибо именно такова ее величина в системе K_g (эта система является инерциальной, причем заряд в ней имеет ускорение $\mathbf{g}$; следовательно, энергию P здесь можно вычислять по формуле (5)). Иногда рассматривают также заряженную частицу, «лежащую на столе», при наличии поля тяжести [20], т. е. покоющуюся в системе K_g под влиянием какой-то силы, уравновешивающей силу тяжести. Очевидно, что такая частица в системе K_g всегда неподвижна и не излучает.

Можно, наконец, рассмотреть ситуацию в еще одной системе отсчета, а именно в системе K_{ga}, которая свободно падает в системе отсчета K_g

---

*) Допустим, что в данной системе K в момент $t = 0$ неравномерно движущийся заряд покоится и его магнитное поле в этот же момент везде равно нулю (именно так обстоит дело в случае гиперболического движения заряда и использования решения [1] для его поля; см. [2, 4]). Тогда, очевидно, в момент $t = 0$ везде (во всех точках) равен нулю также вектор Пойнтинга $\mathbf{S} = c\,[\mathbf{EH}]/4\pi$ и излучения нет. Но и в любой другой момент t всегда можно найти инерциальную систему, в которой заряд покоится; отсюда, казалось бы, следует, что излучения нет и в любой момент. Как справедливо отмечено в статье [21], подобная аргументация вполне аналогична известному рассуждению Зенона: поскольку летящая стрела в любой момент находится только в одном месте, она неподвижна. Фактически же все дело в том, что не существует такой инерциальной (неускоренной) системы отсчета, в которой рассматриваемый заряд всегда покоится, а поток энергии всегда равен нулю.

(см. также таблицу на стр. 579). В системе K_{ga}, очевидно, заряд все время неподвижен и не излучает, хотя в инерциальной системе с полем тяготения K_g в единицу времени излучается энергия $P = (2e^2/3c^3)/g^2$. В этом смысле, да и во всех других, система K_{ga} эквивалентна инерциальной системе K и называется локально-инерциальной.

Доказательство того факта, что в системе K_{ga} нет излучения, приводится в [5]. Это доказательство, правда, не представляется особенно прозрачным, но нам кажется излишним проводить соответствующий расчет более подробно. Дело в том, во-первых, что отсутствие излучения в системе отсчета K_{ga}, которая движется вместе с зарядом (движется не только с той же мгновенной скоростью, но и с тем же ускорением) очень естественно уже из энергетических соображений (заряд все время покоится, и ему «нечего излучать»). Во-вторых, зависимость излучаемой энергии P от ускорения системы отсчета находится в полном соответствии с тем фактом, что величина P и само поле излучения (см. (1)) определяются ускорением заряда относительно рассматриваемой системы отсчета. Наконец, в-третьих, вывод об отсутствии излучения в системе K_{ga} и об его наличии в системе K_a прямо следует из принципа эквивалентности. Вступить же в конфликт с этим принципом никакой расчет, опирающийся на теорию поля, никак не может, поскольку в рамках общей теории относительности можно по идее решить любую электродинамическую задачу; вместе с тем принцип эквивалентности автоматически содержится в общей теории относительности, где он сводится к утверждению о возможности заменить в бесконечно малой пространственно-временной области риманово пространство-время касательным псевдоевклидовым пространством-временем.

Вслед за Эйнштейном автор настоящей статьи, как и многие другие, считает, что принцип эквивалентности является подлинной душой общей теории относительности и поэтому неизбежно должен и в наши дни оставаться фундаментом при изложении этой теории студентам и вообще при ознакомлении с ее основами (подробнее см. [22]). Но когда обсуждается совсем другой вопрос (в данном случае вопрос об излучении равномерно ускоренного электрона), вполне закономерно не доказывать заново справедливость принципа эквивалентности, а опираться на него как на следствие общей теории относительности. Такой подход сразу же позволяет найти энергию, излучаемую в единицу времени в системах K_a или K_{ga}. Впрочем, как сказано, эта энергия может быть вычислена и независимо, и тогда приходим к заключению о справедливости принципа эквивалентности и в применении к излучению равномерно ускоренного заряда.

Сказанное, однако, не исчерпывает вопроса и может породить новые недоразумения. Мы ведь пришли к заключению, что выбором системы отсчета можно изменять величину излученной энергии $P = d\mathscr{E}/dt'$ и, следовательно, как бы создавать излучение. Но такой вывод противоречит классическому представлению об электромагнитных волнах или квантовой картине излучения как совокупности фотонов. Скажем, если в некоторой системе отчета имеется фотон, то он должен существовать и в любой другой системе отсчета. Быть может, еще резче это утверждение выступает для частиц с неравной нулю массой покоя — электронов, мезонов, протонов. Все эти частицы с квантовой точки зрения суть «кванты» соответствующих волновых полей — электронно-позитронного, мезонного, нуклонного. Ясно, что ни однородное поле тяготения *), ни переход к ускоренной системе отсчета не могут породить новые «свободные» частицы, в частности фотоны.

Такой вывод, действительно справедлив, но он не противоречит сделанным ранее заключениям. Дело в том, что использованный критерий наличия излучения, состоящий в том, что $P = d\mathscr{E}/dt' \neq 0$ (см. (4)), отнюдь не тождествен утверждению о наличии свободного электромагнитного излучения или фотонов, распространяющихся со скоростью c. Достаточно сказать, что величину P для заряда, покоящегося в данный момент t', можно определить с помощью измерений, производимых сколь угодно

*) К тому же в рамках ньютоновской теории тяготения, о которой только и идет речь при обсуждении принципа эквивалентности, поле тяжести должно быть слабым (это значит, что встречающиеся разности потенциалов тяготения $|\varphi_2 - \varphi_1|$ должны быть малы по сравнению с квадратом скорости света c^2).

близко к этому заряду. Да и в общем случае P есть лишь соответствующим образом определенный поток энергии поперечного поля, созданного зарядом. Поперечное же электромагнитное поле, вообще говоря, отнюдь не сводится к полю электромагнитных волн (полю излучения). Поле заряда представляет собой поле излучения лишь асимптотически — в волновой зоне, а формально лишь при $R(t') \to \infty$.

Как ни странно, это общеизвестное обстоятельство буквально стало нормой забывать при изложении квантовой теории излучения *). Приведем поэтому тривиальный пример, поясняющий сказанное,— рассмотрим поле равномерно движущегося заряда. Такое поле описывается первым членом в (1) и, очевидно, содержит поперечную часть (достаточно сказать, что поле $\mathbf{H}$ всегда поперечное, т. е. удовлетворяет уравнению $\operatorname{div} \mathbf{H} = 0$). Это поперечное поле движется со скоростью заряда $\mathbf{v}$ и никак не может быть сведено к полю излучения, распространяющемуся со скоростью c. Поперечная часть поля равномерно ускоренного заряда на любом конечном расстоянии от него также не представляет собой поля свободного излучения. При неограниченном гиперболическом движении проявлением этого факта является уже отмеченное отсутствие волновой зоны для любого фиксированного времени наблюдения t.

Конкретно, рассмотрим нерелятивистское равномерно ускоренное движение в поле тяжести (с ускорением $\dot{v} = g$). Тогда волновая зона находится на расстояниях $R \gg c^2/g$ (см. раздел I). Если бы поле тяготения оставалось однородным и в волновой зоне, то разность потенциалов в этом поле была бы $|\varphi_2 - \varphi_1| = gR \gg c^2$. Между тем для слабого поля, которым мы должны ограничиться, $|\varphi_2 - \varphi_1| \ll c^2$ (см. также [26], стр. 305). Поэтому, если понимать утверждение о наличии излучения как возможность фиксировать поле в волновой зоне, где это поле в известной мере экви-

---

*) Поле излучения, понимаемое как совокупность электромагнитных волн, удовлетворяет свободным уравнениям поля

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = \frac{1}{c}\frac{d\mathbf{E}}{dt}, \quad \operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{1}{c}\frac{d\mathbf{H}}{dt}, \quad \operatorname{div} \mathbf{H} = 0, \ \operatorname{div} \mathbf{E} = 0.$$

Для произвольного же поперечного поля первое и последнее из этих уравнений имеют вид

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = \frac{4\pi}{c}\mathbf{j} + \frac{1}{c}\frac{d\mathbf{E}}{dt}, \qquad \operatorname{div} \mathbf{E} = 4\pi\rho$$

(остальные уравнения сохраняются). Только свободное электромагнитное поле или, практически, поле зарядов в волновой зоне при переходе в квантовую область можно рассматривать как совокупность фотонов — частиц с энергией $\hbar\omega$ и импульсом $\hbar\mathbf{k}$, причем $\omega = ck$. Для произвольного же поперечного поля, при его разложении на плоские волны, пропорциональные $\exp[-i(\omega t - \mathbf{kr})]$, соотношение $\omega = ck$ уже несправедливо; квантование поля, конечно, ничего здесь не меняет, и для соответствующих «квантов поля» также $\omega \neq ck$. Между тем в известных нам курсах теории излучения (включая новейший из них курс [23]) принято явно или неявно называть совокупностью фотонов также и поперечное поле при наличии источников. Такой подход и такая терминология обычно не приводят к трудностям лишь в связи с характером задач и методов, встречающихся в квантовой теории излучения (см., однако, [24]). Но уже на примере поля равномерно движущегося электрона совершенно ясна [25] необходимость различать между полем излучения (фотонным полем) и увлекаемым зарядом поперечным полем (последнее, если угодно, можно считать совокупностью виртуальных фотонов с $\omega \neq ck$, причем эти фотоны не независимы друг от друга). Обсуждаемый в настоящей статье случай поля равномерно ускоренного заряда может служить еще одной иллюстрацией сказанного. Вместе с тем нужно подчеркнуть, что фактическое построение квантовой электродинамики в этом отношении свободно от трудностей и отнюдь не связано с отождествлением квантованного поперечного поля с полем реальных фотонов. Нам лишь представляется поразительным, что разъяснение этого по сути дела тривиального обстоятельства (см., например, [25]) не находит обычно места при изложении квантовой электродинамики.

валентно свободному полю излучения, то при движении заряда в строго однородном поле считать его излучающим было бы нельзя [20]. То же относится к равномерно ускоренной системе отсчета K_a, ибо такую систему также можно реализовать только в пределах соблюдения условия $gR \ll c^2$ (подробнее об ограничениях, накладываемых на реализуемые системы отсчета см. в [11], § 84). Тем самым ни однородное поле тяжести, ни равномерно ускоренная система отсчета действительно не могут «породить» свободные частицы и, в частности, фотоны.

Если же выше мы говорили о наличии излучения в системах K_g и K_a, то имелось в виду, как это и было указано, появление поля, описываемого вторым (волновым) членом в выражении (1), и связанное с этим обстоятельством существование потока $P = (2e^2/3c^3)\,g^2 \neq 0$. Возможность создать или уничтожить поле равномерно ускоренного заряда (на ограниченных расстояниях от него) выбором соответствующей ускоренной системы отсчета аналогична возможности создать или уничтожить поперечное поле равномерно движущегося заряда путем перехода в ту или иную инерциальную (лоренцеву) систему отсчета; в этом случае в сопутствующей заряду системе отсчета поперечное поле равно нулю, а в других системах оно отлично от нуля.

Из сказанного отнюдь не следует, конечно, что заряд, движущийся в поле тяжести, не создает «истинного» поля излучения, которое можно фиксировать в волновой зоне. Дело лишь в том, что для этого, как и при любой другой реальной физической постановке задачи, нужно исследовать излучение при ограниченном во времени равномерно ускоренном движении. Но в таких условиях, поскольку ускорение заряда не всегда постоянно, поле тяготения должно быть непостоянным во времени (или неоднородным в пространстве). Если же частица движется в непостоянном или неоднородном поле тяжести, то, как мы видели, это поле уже не эквивалентно ускоренной системе отсчета *).

Итак, в вопросе о поле (и об излучении) заряда, как и в вопросе о его движении, требования, связанные с принципом эквивалентности, полностью соблюдаются.

Быть может, последние замечания следовало бы в методических целях изложить более подробно, но это вряд ли уместно в настоящей статье, ибо тем самым были бы затронуты также совсем другие вопросы.

* * *

Резюмируя все изложенное, нам представляется возможным сделать вывод, что к шестидесятилетию работы Борна [1], в которой было положено начало рассмотрению излучения и радиационной силы при равномерно ускоренном движении заряда, эта проблема уже достаточно ясна, чтобы более не считать ее «вечным вопросом» классической физики.

За замечания, сделанные при чтении рукописи, автор признателен Д. А. Киржницу, В. И. Ритусу и В. А. Угарову.

Физический институт им. П. Н. Лебедева
АН СССР

*) Исчерпывающий анализ вопроса о движении и излучении заряженной частицы в гравитационном поле возможен лишь на основе общей теории относительности. В применении к нерелятивистскому движению заряда в слабом статическом гравитационном поле такое исследование проведено в работе [27] и является весьма поучительным. Ограничимся здесь замечанием, что результат работы [27] полностью согласуется с утверждением об отсутствии силы радиационного трения при движении заряда в однородном поле тяжести.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. M. Born, Ann. d. Phys. **30**, 1 (1909).
2. W. Pauli, Encyklopädie der math. Wissensch., Bd. V.2 (1921) (см. перевод: В. Паули, Теория относительности, § 32, γ и ξ, М., Гостехиздат, 1947).
3. G. A. Schott, Phil. Mag. **29**, 49 (1915).
4. T. Fulton, F. Rohrlich, Ann. of Phys. **9**, 499 (1960).
5. F. Rohrlich, Nuovo Cimento **21**, 811 (1961).
6. C Leibovitz, A. Peres, Ann. of Phys. **25**, 400 (1963).
7. А. И. Никишев, В. И. Ритус, ЖЭТФ **56**, 2035 (1969).
8. В. Л. Гинзбург, В. Н. Сазонов, С. И. Сыроватский, УФН **94** (1), 63 (1968).
9. В. Л. Гинзбург, С. И. Сыроватский, Ann. Rev. Astron. and Astrophys. **7** (1969).
10. Р. Беккер, Электронная теория, М.— Л., ОНТИ, 1936.
11. Л. Д. Ландау и Е. М. Лифшиц, Теория поля, М., «Наука», 1967.
12. Дж. Джексон, Классическая электродинамика, М., «Мир», 1965.
13. В. Гайтлер, Квантовая теория излучения, М., ИЛ, 1956.
14. А. П. Белоусов, ЖЭТФ **9**, 658 (1939).
    В. Л. Гинзбург, Тр. ФИАН СССР **3** (2), 193, дополнение 1 (1946).
    Е. С. Фрадкин, ЖЭТФ **20**, 211 (1950).
15. И. Е. Тамм и И. М. Франк, ДАН СССР **14**, 107 (1937).
16. В. Л. Гинзбург, ДАН СССР **24**, 130 (1939); ЖЭТФ **10**, 608 (1940).
17. Л. Д. Ландау и Е. М. Лифшиц, Электродинамика сплошных сред, § 86, М., Гостехиздат, 1957
18. В. Тирринг, Принципы квантовой электродинамики, § 2, М., «Высшая школа», 1964.
19. В. Л. Гинзбург, Astronautica Acta **12**, 136 (1966); Эйнштейновский сборник 1967, М., «Наука», 1967.
20. H. Bondi, T. Gold, Proc. Roy. Soc. **229**, 416 (1955).
21. D. L. Drukey, Phys. Rev. **76**, 543 (1949).
22. В. Л. Гинзбург, УФН **95**, 553 (1968).
23. В. Б. Берестецкий, Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский, Релятивистская квантовая теория, М., «Наука», 1968.
24. Е. Л. Фейнберг, ЖЭТФ **50**, 202 (1966).
25. В. Л. Гинзбург, ДАН СССР **23**, 773 (1939).
26. В. А. Фок, Теория пространства, времени и тяготения, М., Физматгиз, 1961.
27. C. M. DeWitt, B. S. DeWitt, Physics **1**, 3 (1964).