

11 коп.

38-84

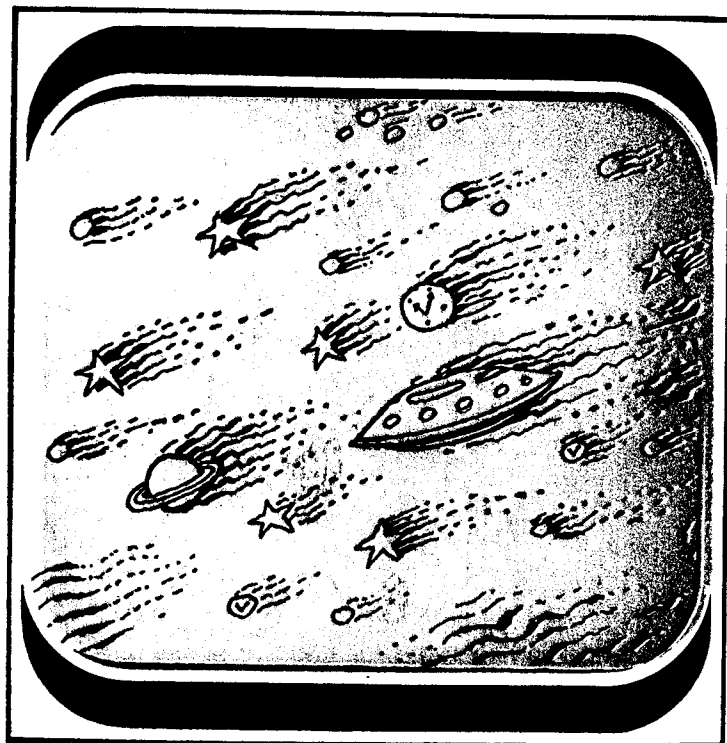
Индекс 70102

**ДОРОГОЙ ЧИТАТЕЛЬ!**

Брошюры этой серии в розничную продажу не поступают, поэтому своевременно оформляйте подписку. Подписка на брошюры издательства „Знание“ ежеквартальная, принимается в любом отделении „Союзпечати“.

Напоминаем Вам, что сведения о подписке Вы можете найти в „Каталоге советских газет и журналов“ в разделе „Центральные журналы“, рубрика „Брошюры издательства „Знание““.

Цена подписки на год 1 р. 32 к.



СЕРИЯ  
**ФИЗИКА**

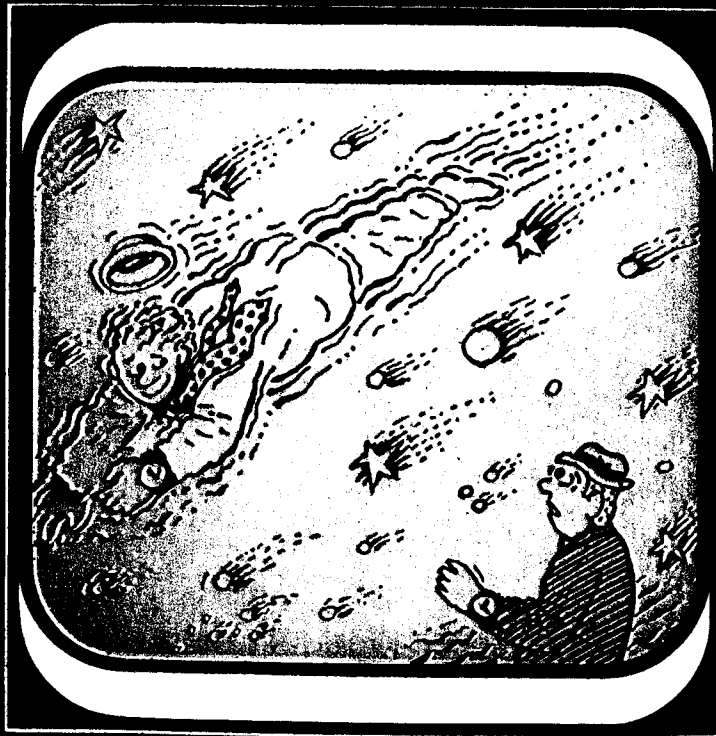
# ФИЗИКА

ПОДПИСНАЯ НАУЧНО-ПОПУЛЯРНАЯ СЕРИЯ

1988/5

**В. П. Фролов**

**ГРАВИТАЦИЯ,  
УСКОРЕНИЕ,  
КВАНТЫ**



**ЗНАНИЕ**

НОВОЕ В ЖИЗНИ, НАУКЕ, ТЕХНИКЕ

НОВОЕ В ЖИЗНИ, НАУКЕ, ТЕХНИКЕ

ПОДПИСНАЯ НАУЧНО-ПОПУЛЯРНАЯ СЕРИЯ

## ФИЗИКА

5/1988

Издается ежемесячно с 1967 г.

В. П. Фролов

ГРАВИТАЦИЯ,  
УСКОРЕНИЕ,  
КВАНТЫ



Издательство «Знание» Москва 1988

ББК 22.386  
Ф 91

Автор — ФРОЛОВ Валерий Павлович — доктор физико-математических наук, ведущий научный сотрудник Физического института им. П. Н. Лебедева АН СССР. **Круг научных интересов** — классическая и квантовая теория гравитации, физика черных дыр.

Рецензент: Б. М. Болотовский — доктор физико-математических наук.

### СОДЕРЖАНИЕ

Введение: вакуум в современной физике . . . . .	3
Квантовая теория поля в инерциальной системе отсчета . . . . .	8
Детектор квантов в инерциальной системе отсчета . . . . .	13
Равномерно ускоренная система отсчета . . . . .	17
Что происходит, когда детектор движется ускоренно в вакууме? . . . . .	22
Квантованное поле в равномерно ускоренной системе отсчета . . . . .	25
Квантовое излучение ускоренных нейтральных тел . . . . .	30
Элементарные частицы в роли детекторов . . . . .	34
Вакуум в однородном гравитационном поле . . . . .	40
Принцип эквивалентности для квантовых явлений . . . . .	46
Гравитация, термодинамика и квантовое излучение черных дыр . . . . .	57
Заклучение . . . . .	62

Фролов В. П.

Ф 91 Гравитация, ускорение, кванты. — М.: Знание, 1988. — 64 с. — (Новое в жизни, науке, технике. Сер. «Физика»; № 5).

11 к.

Свойства обычного физического вакуума при описании его в ускоренной системе отсчета или при воздействии на него гравитационного поля существенно изменяются и обладают рядом интересных особенностей. Так, обычный вакуум в равномерно ускоренной системе отсчета проявляет тепловые свойства. Это явление, как оказывается, тесно связано с эффектом квантового испарения черных дыр. Такая связь в конечном счете базируется на принципе эквивалентности, который в применении к квантовым явлениям обладает определенной спецификой. Обсуждение этого круга вопросов и составляет содержание брошюры.

Брошюра рассчитана на широкий круг читателей.

1604070000

ББК 22.386

© Издательство «Знание», 1988 г.

### ВВЕДЕНИЕ: ВАКУУМ В СОВРЕМЕННОЙ ФИЗИКЕ

Понятие о вакууме, то есть состоянии, в котором отсутствуют какие-либо частицы, является одним из основных в современной физике. В обычных условиях такое состояние обладает минимально возможной энергией.

Уже в классической физике используется понятие о пустом пространстве, то есть некоторой пространственной области, в которой отсутствуют частицы и поля. Такое пустое пространство можно считать синонимом вакуума классической нерелятивистской физики. Ньютоном было введено понятие абсолютного пустого пространства, свойства которого предполагались одинаковыми в разных точках и не зависящими от времени. Это абсолютное пустое пространство, по сути дела, явилось реализацией представления о вакууме в нерелятивистской механике.

С развитием оптики, электродинамики и понятия о поле на авансцену вышли вводившиеся и ранее представления об эфире, заполняющей все пространство своеобразной субстанции, по которой распространяются электромагнитные возбуждения. При этом в конце концов Лоренцу пришлось предположить, что «части эфира вообще не перемещаются относительно друг друга. Таким образом, эфир выступил как бы воплощением абсолютно покоящегося пространства». «Невозбужденное» состояние эфира, то есть состояние, в котором отсутствуют электромагнитные волны, может считаться аналогом вакуума в рассматриваемом случае. Это состояние одинаково во всех инерциальных системах отсчета, связанных друг с другом преобразованием Лоренца, и его свойства не зависят от выбранной точки пространства и момента времени. Иными словами, такой вакуум инвариантен относительно преобразований Пуанкаре.

Судьба неподвижного эфира оказалась, однако, такой же, как и ньютоновского абсолютного пространства, — эфиру нельзя придать какое-либо физическое со-

держание, если исключить возможность считать эфир инерциальной системой отсчета. Специальная теория относительности (СТО) как раз и узаконила такую точку зрения. Согласно СТО электромагнитные волны суть не колебания эфира, а самостоятельная форма материи. Однако с изгнанием эфира в СТО не исчезло представление о пустом пространстве. Такое состояние, в котором отсутствуют электромагнитные волны, по-прежнему выделено. Это состояние обладает минимальной энергией, и его естественно считать вакуумом.

С созданием квантовой теории понятие вакуума приобрело качественно другое, более богатое содержание. В классической теории всякое свободное физическое поле (для определенности мы будем говорить об электромагнитном поле) можно рассматривать как суперпозицию волн с определенными частотами. Согласно квантовой теории такое состояние представляет собой набор квантов — фотонов, причем фотон с частотой  $\omega$  обладает энергией  $\hbar\omega$ . В состоянии с минимальной энергией (в вакууме) фотоны отсутствуют, и такое состояние является основным для рассматриваемой квантовомеханической системы. Подчеркнем, однако, что энергия этого состояния отнюдь не равна нулю. Это связано с тем, что, хотя в вакууме среднее значение поля равно нулю, среднее значение квадрата поля уже в нуль не обращается. Квантовый характер поля, отражаемый соотношениями неопределенности, проявляется в том, что поле флуктуирует («дрожит») около своего среднего нулевого значения. Иными словами, говорят, что квантованное поле в вакуумном состоянии имеет нулевые колебания.

Для квантовомеханических систем с конечным числом степеней свободы проявления таких нулевых колебаний вполне реальны и приводят к наблюдаемым эффектам. Хорошо известным примером является случай жидкого гелия  ${}^4\text{He}$ , который из-за нулевых колебаний молекул не переходит при нормальном давлении в твердое состояние даже при стремлении температуры к абсолютному нулю.

Важная отличительная особенность нулевых колебаний квантованного поля, связанная с тем, что оно имеет бесконечное число степеней свободы, состоит в том, что их полная энергия бесконечна. Обычно эта бесконечность не приводит к каким-либо трудностям. Дело в

том, что физические приборы, с помощью которых проводят различные измерения, устроены так, что они не реагируют на полную энергию нулевых колебаний. Реально измеримыми и при этом конечными являются эффекты, связанные с изменением этой энергии. Хорошо известен эффект Казимира, состоящий в появлении силы притяжения между парой нейтральных металлических пластин в вакууме. Наличие таких пластин (в общем случае — любого неоднородного диэлектрика или металла) приводит к изменению плотности состояний электромагнитного поля, и как следствие этого энергия нулевых колебаний изменяется на конечную величину. Это изменение зависит от расстояния между пластинами (в общем случае — от параметров, описывающих распределение вещества), что и приводит к возникновению конечной реально наблюдаемой силы.

Другим примером может служить эффект Лэмбовского сдвига. Этот эффект состоит в следующем. При описании уровней электронов в атоме с помощью уравнения Дирака выясняется, что уровень  $2S_{1/2}$  (квантовые числа которого  $n=2, l=0, j=1/2$ ) обладает в точности такой же энергией, что и уровень  $2P_{1/2}$  ( $n=2, l=1, j=1/2$ ). Учет взаимодействия электрона с вакуумными нулевыми колебаниями электромагнитного поля приводит к сдвигу уровней атома. Этот сдвиг зависит не только от энергии электрона, но и от распределения вероятностей различных положений его в пространстве, описываемого волновой функцией. Волновые функции для  $2S_{1/2}$  и  $2P_{1/2}$  состояний различны. (В частности, волновая функция для  $2P_{1/2}$  состояния в отличие от  $2S_{1/2}$  состояния обращается в нуль при  $r=0$ .) Это приводит к тому, что сдвиги уровней для этих состояний оказываются разными и вырождение снимается. В 1947 году американские физики Лэмб и Ризерфорд измерили разность энергий для уровней  $2S_{1/2}$  и  $2P_{1/2}$  атома водорода, которая оказалась равной  $\Delta E/h = 1057,862$  МГц. Как показывают вычисления, основной вклад в эту величину дает описанный выше эффект взаимодействия электрона с нулевыми колебаниями<sup>1</sup>.

<sup>1</sup> Помимо этого основного вклада, имеются также поправки к сдвигу энергий, связанные с поляризацией электрон-позитронного вакуума и с взаимодействием дополнительного (полевого) момента электрона с электростатическим полем ядра.

Еще богаче понятие и, можно сказать, содержание физического вакуума в квантовой теории при учете взаимодействия между полями, в частности между электромагнитным полем и заряженными частицами. Такое взаимодействие приводит, например, к существованию в вакууме виртуальных электрон-позитронных пар, все время появляющихся и аннигилирующих.

Присутствие  $e^+e^-$ -пар сразу же делает понятным существование электрической поляризации вакуума и вообще влияния на вакуум внешних электромагнитных полей. В таких полях вакуум ведет себя подобно нелинейной двоякопреломляющей среде (двоякопреломление, то есть анизотропия оптических свойств, связана, очевидно, с наличием выделенного направления — направления внешнего поля). При воздействии на вакуум достаточно сильного внешнего поля, действие которого на виртуальные  $e^+e^-$ -частицы может сообщить им энергию, достаточную для того, чтобы они стали реальными, происходит рождение реальных электронов и позитронов.

Еще разнообразнее возможные свойства вакуумного состояния в рамках теорий, описывающих не только электромагнитные, но и другие (слабые, сильные и гравитационные) взаимодействия. Мы не имеем здесь возможности сколь-нибудь детально останавливаться на этих вопросах. Напомним лишь, что эти свойства непосредственно связаны с такими важнейшими для современной теоретической физики представлениями, как спонтанное нарушение симметрии, асимптотическая свобода, топологически нетривиальные состояния, пенная структура пространства-времени на малых расстояниях.

Резюмируя, можно сказать, что вакуум, играющий исключительно важную роль в современной физической картине мира, является довольно сложным образованием и обладает целым рядом нетривиальных физических свойств.

В настоящей брошюре мы остановимся лишь на некоторых из этих свойств, которые в известном смысле можно отнести к простейшим. Мы уже несколько раз подчеркивали свойство пуанкаре-инвариантности вакуума. Это означает, что в отсутствие внешних воздействий все свойства вакуума совершенно одинаковы по отношению к любой из возможных инерциальных (то есть

движущихся равномерно и прямолинейно) систем отсчета. Так, например, атом в основном состоянии, покоящийся в инерциальной системе и взаимодействующий с нулевыми колебаниями, все время остается в этом невозбужденном состоянии. Этот факт не зависит от конкретного выбора инерциальной системы отсчета.

Совсем иная ситуация возникает, если этот атом покоится в неинерциальной (то есть ускоренно движущейся) системе отсчета. В частном случае равномерно ускоренного движения, как было показано в 1976 году канадским физиком Унру, из-за взаимодействия с вакуумными нулевыми колебаниями такой атом возбуждается, причем распределение по уровням в результате возбуждения оказывается тепловым и характеризуется температурой

$$T_a = \hbar a / 2\pi k_B c$$

где  $a$  — ускорение движения атома относительно инерциальной системы отсчета,  $k_B$  — постоянная Больцмана. Эта температура получила название температуры Унру. Описанный результат имеет общий характер. А именно, оказалось, что любой покоящийся в равномерно ускоренной системе отсчета «детектор» (атом, осциллятор и т. п.) независимо от его внутреннего строения возбуждается, причем так же, как если бы он находился в термостате (или поле теплового излучения) с температурой  $T_a$ . В этом смысле свойства обычного вакуума в равномерно ускоренной системе отсчета существенно отличны от его свойств в инерциальной системе.

К вопросу о свойствах вакуума в ускоренной системе отсчета тесно примыкает вопрос о свойствах вакуума во внешнем гравитационном поле. Действительно, согласно принципу эквивалентности все физические законы и явления в системе отсчета, покоящейся в однородном гравитационном поле, в точности такие же, как в равномерно ускоренной системе отсчета в обычном плоском пространстве-времени в отсутствие гравитационного поля. Поэтому естественно ожидать проявления «тепловых» свойств вакуума в системах отсчета, покоящихся в однородном гравитационном поле. С этой точки зрения неудивителен известный результат английского физика Хокинга, полученный им в 1974 году и состоящий в том, что черная дыра в вакууме является источ-

ником теплового излучения с температурой излучения, на бесконечности равной величине

$$T_x = \hbar \kappa / 2\pi k_{\text{вс}},$$

где  $\kappa$  — так называемая поверхностная гравитация черной дыры, равная для невращающейся черной дыры с массой  $M$  величине  $\kappa = c^4/4GM$ .

В<sup>4</sup> настоящей брошюре мы обсудим этот круг вопросов. Мы расскажем о свойствах вакуума в равномерно ускоренной системе отсчета и в системе отсчета, покоящейся в однородном гравитационном поле, а также о тех вопросах, которые возникают при применении принципа эквивалентности к квантовым явлениям. Мы обсудим также, как связаны между собой квантовые эффекты в ускоренных системах отсчета и в черных дырах<sup>2</sup>.

## КВАНТОВАЯ ТЕОРИЯ ПОЛЯ В ИНЕРЦИАЛЬНОЙ СИСТЕМЕ ОТСЧЕТА

Будем считать, что нам известна некоторая инерциальная система отсчета. Таковую систему отсчета можно мыслить себе реализованной в виде свободного тела, на которое не действуют никакие силы, снабженного часами и жесткими линейками. Свободное тело удобно связано с началом инерциальной системы отсчета, а положение любой частицы относительно этой инерциальной системы отсчета можно характеризовать декартовыми координатами  $X^\mu = (cT, X, Y, Z)$ . Элемент интервала  $ds^2$  между двумя близкими событиями  $X^\mu$  и  $X^\mu + dX^\mu$  в этих координатах записывается в виде

$$ds^2 = \eta_{\mu\nu} dX^\mu dX^\nu = -c^2 dT^2 + dX^2 + dY^2 + dZ^2.$$

Подобную инерциальную систему отсчета иногда для краткости будем называть  $I$ -системой, а декартовы координаты  $X^\mu$  — координатами, связанными с  $I$ -системой (от английского inertial — инерциальный).

<sup>2</sup> Более полное и детальное изложение всех этих вопросов можно найти в обзоре В. Л. Гинзбурга и В. П. Фролова, опубликованном в декабре 1987 года в журнале «Успехи физических наук», где, в частности, интересующиеся могут найти ссылки на многочисленные оригинальные работы, посвященные этим проблемам, а также вывод основных соотношений, которые в настоящей брошюре, по понятным соображениям, часто лишь приводятся, а не выводятся.

Конечно же, существует не одна, а бесконечное множество инерциальных систем отсчета. Всякая система отсчета, движущаяся равномерно и прямолинейно относительно исходной инерциальной системы, также является инерциальной. Согласно принципу относительности, лежащему в основе специальной теории относительности, все физические законы и явления в инерциальной системе отсчета не зависят от конкретного выбора этой системы. В частности, любая физическая система будет двигаться одинаково в системах отсчета  $I$  и  $I'$  при условии, конечно, что начальные состояния и граничные условия в обеих системах выбраны одинаковым образом.

При переходе от одной инерциальной системы отсчета  $I$  к другой инерциальной системе отсчета  $I'$  декартовы координаты  $X^\mu$  и  $X'^\mu$ , связанные с ними, преобразуются по закону

$$X'^\mu = \Lambda^\mu_\nu X^\nu + X'^\mu_0, \quad \Lambda^0_0 > 0,$$

при этом форма элемента интервала  $ds^2$  остается неизменной. Вектор  $X'^\mu_0$  характеризует смещение начала системы отсчета  $I'$  относительно  $I$  в момент времени  $T=0$ , а матрица  $\Lambda^\mu_\nu$ , содержит информацию о повороте осей и относительной скорости  $I'$ . Указанные преобразования образуют группу (группу Пуанкаре). Конкретное преобразование из группы Пуанкаре определяется заданием 10 параметров (сдвиг начала  $X'^\mu_0$  — 4 параметра, поворот осей — 3 параметра, скорость относительного движения — 3 параметра).

Очевидно, что всякая релятивистская физическая теория, удовлетворяющая принципу относительности, является инвариантной относительно группы преобразований Пуанкаре. С другой стороны, подобная инвариантность, согласно известной теореме Нетер, влечет за собой существование законов сохранения, причем число сохраняющихся величин совпадает с числом параметров группы. В соответствии со сказанным в релятивистски-инвариантной теории имеется 10 интегралов движения (сохраняющихся величин): 4 компоненты вектора энергии—импульса  $P^\mu$ , сохранение которых связано с однородностью пространства и времени, 3 компоненты полного углового момента системы  $M$ , сохранение которых обусловлено изотропией пространства, и 3 ком-

поненты вектора  $K$ , сохранение которых связано с инвариантностью относительно переходов в систему отсчета, движущуюся с постоянной скоростью  $v$ . Последние из преобразований часто называют преобразованиями бустов. Физический смысл величин  $K$  будет рассмотрен подробно позднее.

После этих вводных замечаний об общих свойствах релятивистских теорий опишем (по необходимости кратко) стандартную схему квантования и некоторые свойства квантованного поля в инерциальной системе отсчета. Применение квантовой теории к процессам взаимодействия вещества с излучением приводит к представлению о том, что эти процессы сводятся к элементарным событиям, каждое из которых состоит в испускании или поглощении строго определенной порции (кванта) излучения. В соответствии с этим состояние квантованного поля излучения можно описать, указав, сколько и каких (то есть с какими характеристиками) квантов имеется в данном состоянии.

Наиболее широко известным примером поля излучения является электромагнитное поле, а его кванты известны как фотоны. Чтобы избежать технических осложнений, связанных с наличием спина у фотона, мы проиллюстрируем здесь основные моменты схемы квантования на простейшем примере скалярного безмассового поля  $\phi$ . Такое поле, как и электромагнитное, не имеет массы покоя, но в отличие от последнего спин этого поля равен 0. До тех пор, пока рассматриваются процессы, для которых спин поля не играет особой роли, поле  $\phi$  можно рассматривать как удобную упрощенную модель реального электромагнитного поля. Многие из тех особенностей квантованного поля и свойств вакуума, о которых пойдет речь в дальнейшем, не зависят от спина. Поэтому для простоты мы будем и в дальнейшем иллюстрировать основные моменты на простейшем модельном примере поля  $\phi$ , указывая (если это необходимо) на те изменения, которые возникают при переходе к реальным физическим полям.

В декартовых координатах в выбранной инерциальной  $I$ -системе отсчета поле  $\phi$  описывается уравнением

$$(-c^{-2}\partial_T^2 + \partial_x^2 + \partial_y^2 + \partial_z^2)\phi = 0.$$

Очевидно, что обычная плоская волна  $\exp(-i\omega T + ikX)$  является решением этого уравнения, если частота  $\omega$  и

волновой вектор  $k$  связаны соотношением  $\omega = c|k|$ . Можно убедиться, что любое решение этого уравнения, описывающее классическое поле  $\phi$ , обладающее конечной энергией, можно записать в виде суперпозиции (вообще говоря, бесконечной) системы плоских волн.

В квантовой теории каждой такой плоской волне с амплитудой  $\sim (\hbar/\omega)^{1/2}$  отвечает квант поля, энергия и импульс которого равны соответственно  $\hbar\omega$  и  $\hbar k$ . Состояние поля можно описать, если задать, сколько и каких (то есть с какими импульсами) квантов имеется в данном состоянии. Простейшим является состояние, в котором нет никаких квантов. Оно называется вакуумом. Энергия этого состояния, измеряемая наблюдателем, покоящимся в  $I$ -системе отсчета, очевидно, минимальна.

В дальнейшем при рассмотрении квантовых эффектов в неинерциальных системах отсчета и в гравитационном поле нам придется столкнуться с другими состояниями, которые также называют вакуумными. Чтобы избежать недоразумений, вакуум, о котором сейчас идет речь (то есть обычный вакуум, определяемый в инерциальной системе отсчета в пространстве Минковского), мы будем называть вакуумом Минковского, или сокращенно  $M$ -вакуумом, и обозначать  $|0; M\rangle$ . Буква  $M$  в этом обозначении будет напоминать нам, что речь идет именно о  $M$ -вакууме. По тем же причинам описанные выше обычные кванты в инерциальной системе отсчета мы будем иногда называть  $M$ -квантами.

Конечно, при описании скалярного поля в инерциальной системе отсчета вовсе не обязательно раскладывать его по плоским волнам. Иногда, и такие случаи на практике действительно нередко встречаются, более удобно использовать разложения по другим системам решений, например по сферическим волнам. Такие волны имеют вид  $\exp(-i\omega T)\Phi_{lm}(X)$ , где  $\Phi_{lm}(X)$  — сферические гармоники. Разложению по сферическим волнам в квантовой теории отвечает представление о квантах с определенными значениями энергии, полного углового момента и проекции углового момента на ось  $Z$ . Отметим, что и в этом случае состояние, в котором отсутствуют кванты, опять является низшим по энергии и поэтому совпадает с вакуумом  $|0; M\rangle$ .

Такая ситуация типична. Всякий раз, когда для разложения решения на простейшие моды используются

функции вида  $\varphi_J = \exp(-i\omega T)\Phi_J(X)$ , соответствующие кванты обладают определенным значением энергии, равным  $\hbar\omega$ , а состояние без квантов совпадает с вакуумом  $|0; M\rangle$ . Описанные выше решения  $\varphi_J$  при  $\omega > 0$  принято называть положительно-частотными, а при  $\omega < 0$  — отрицательно-частотными.

Описанная процедура квантования, в частности, разбиение решений на положительно- и отрицательно-частотные функции, «привязана» к произвольной, но фиксированной инерциальной системе отсчета, которую мы обозначили  $I$ . Что изменится, если от этой системы отсчета перейти к новой инерциальной системе отсчета, которую обозначим  $I'$ ? В системе  $I'$  положительно-частотные (относительно времени  $T'$ ) волновые функции имеют зависимость от времени  $T'$  вида  $\exp(-i\omega T')$ . Используя связь новых координат  $X'^\mu$  со старыми, связанными с системой отсчета  $I$ , легко убедиться, что эти функции автоматически оказываются положительно-частотными относительно времени  $T$ . Как следствие этого вакуумные состояния одинаковы при квантовании в произвольных инерциальных системах, и все они совпадают с  $|0; M\rangle$ . Это свойство пуанкаре-инвариантности вакуума означает, как это уже отмечалось во введении, что все наблюдаемые проявления вакуума  $|0; M\rangle$  идентичны в различных инерциальных системах отсчета. Это свойство вакуума  $|0; M\rangle$  отличает его от других квантовых состояний. Например, квант (фотон) с импульсом  $\hbar k^\mu$  в системе отсчета  $I$ , в системе отсчета  $I'$  будет иметь другой импульс  $\hbar k'^\nu$  ( $k'^\mu = \Lambda^\mu_\nu k^\nu$ ). Поэтому, в частности, этот квант будет по-разному рассеиваться на заряженных частицах, покоящихся в системах  $I$  и  $I'$ . Здесь, конечно, нет никакого нарушения принципа относительности. В соответствии с этим принципом при обосновании процесса рассеяния в разных системах отсчета надо было бы выбрать разные (но отвечающие друг другу) состояния фотонов. А вот вакуум надо выбирать один и тот же!

Заметим, наконец, что при построении квантовой теории в заданной инерциальной системе отсчета можно, конечно, использовать не только стандартные, связанные с этой системой отсчета декартовы координаты  $X^\mu$ , но и любые другие, вообще говоря, криволинейные координаты (обозначим их через  $x^\alpha$ ), связанные с  $X^\mu$

соотношением  $X^\mu = X^\mu(x^\alpha)$ . Если для описания квантов поля использовать прежние функции  $\varphi_J$ , считая, что в качестве аргументов  $X^\mu$  фигурируют функции  $X^\mu(x^\alpha)$ , то, очевидно, как определение вакуумного состояния, так и выражения для различных физических наблюдаемых не изменяются. Другими словами, результат квантования не зависит от используемых координат.

Итак, схема квантовой теории и, в частности, выбор вакуума в пространстве Минковского «не чувствительны» к используемым координатам и к конкретному выбору базисных волновых функций, но лишь при том существенном условии, что разбиение этих функций на положительно- и отрицательно-частотные производится по отношению ко времени  $T$  в инерциальной системе отсчета. Эта схема не зависит также от конкретного выбора инерциальной системы отсчета.

Совсем иное дело, если, используя криволинейную четырехмерную систему координат  $x^\alpha$ , в которой  $x^0$  нелинейно зависит от  $X^0 = cT$ , производить разложение на положительно- и отрицательно-частотные решения относительно  $x^0$ . При таком квантовании, отвечающем в определенных условиях квантованию в неинерциальных системах отсчета, результаты (в частности, выбор вакуума) оказываются отличными от описанных выше и отвечающих квантованию в инерциальной системе отсчета. Позднее мы вернемся к этому вопросу.

## ДЕТЕКТОР КВАНТОВ В ИНЕРЦИАЛЬНОЙ СИСТЕМЕ ОТСЧЕТА

Квантованное поле может находиться в разных состояниях и при этом по-разному будет проявляться в различных физических экспериментах. Рассмотрим взаимодействие с квантованным полем простейшего из физических устройств, которое будем называть детектором. Под детектором мы (как это обычно и принято) понимаем тело (систему) с внутренними степенями свободы, изменяющими свое состояние при взаимодействии с рассматриваемым квантованным полем. В принципе роль детектора могут выполнять молекулы, атомы и т. п. Мы, однако, пока не будем детально описывать



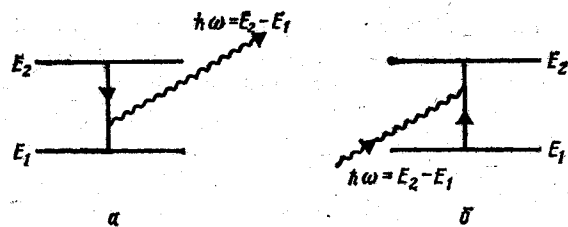


Рис. 1. Взаимодействие детектора, покоящегося в  $I$ -системе отсчета, с квантованным полем:  $a$  — испускание кванта при переходе детектора с верхнего уровня на нижний;  $b$  — возбуждение детектора при поглощении кванта

устройство того или иного детектора, а рассмотрим сначала некоторые общие особенности их поведения.

Пусть тело, которое мы будем рассматривать в качестве детектора, первоначально покоится в инерциальной системе отсчета и имеет набор дискретных уровней энергии  $E_i$ .

В отсутствие взаимодействия с квантованным полем поведение детектора тривиально: если он первоначально находился на одном из своих стационарных уровней, то все время будет оставаться в этом состоянии. То же самое справедливо и относительно стационарных (в том числе и вакуумного) состояний квантованного поля. Учет взаимодействия детектора с полем качественно изменяет ситуацию. В результате этого взаимодействия детектор совершает переходы с уровня на уровень (детектор «регистрирует» кванты поля) и состояние поля излучения изменяется.

Подобные «элементарные» процессы изображены на рис. 1. Это переход детектора с верхнего уровня на нижний с одновременным испусканием кванта и возбуждение детектора с нижнего уровня на верхний при поглощении кванта излучения. В обоих процессах энергия кванта поля в точности равна разности энергий уровней, как это и должно быть вследствие закона сохранения энергии.

Описание взаимодействия подобного детектора с квантованным полем в общем случае представляет собой совсем не простую задачу. Поэтому обычно делают следующее упрощающее предположение. Пусть  $\Delta E$  — характерная разность энергий двух ближайших уровней энергии детектора. Тогда переходы детектора свя-

заны с поглощением или испусканием квантов поля с характерной длиной волны  $\lambda \sim ch/\Delta E$ . Предположение, о котором идет речь, состоит в том, что размеры детектора много меньше  $\lambda$ . Можно показать, что в этом приближении вероятность  $w_{i \rightarrow j}$  переходов детектора с некоторого уровня с энергией  $E_i$  на другой уровень с энергией  $E_j$  за единицу времени  $T$  дается следующим простым выражением:

$$w_{i \rightarrow j} = \alpha^2 |D_{ji}|^2 F(E_j - E_i).$$

Здесь  $\alpha$  — константа, характеризующая взаимодействие внутренних степеней свободы детектора с полем,  $|D_{ji}|^2 = |D_{ij}|^2$  — величины, зависящие от устройства детектора, а  $F(E)$  — так называемая спектральная функция. Значение этой функции зависит от состояния квантованного поля и от характера движения детектора. Более точно, спектральная функция  $F(E)$  описывает энергетический спектр флуктуаций квантованного поля в точке, где находится детектор.

В простейшем случае, когда детектор покоится в  $I$ -системе отсчета, а квантованное поле находится в своем основном, вакуумном состоянии, эта функция имеет вид

$$F_0(E) = |E| \theta(-E) / 2\pi c \hbar^2,$$

где  $\theta(E)$  — ступенчатая функция, равная 1 при  $E > 0$  и 0 в противном случае. Эта спектральная функция  $F_0(E)$  обладает тем свойством, что она обращается в нуль при положительных значениях энергии  $E$ , и поэтому вероятность возбуждения детекторов (то есть его перехода с начального уровня  $E_i$  на конечный уровень с большей энергией  $E_j$ ) в рассматриваемом случае равна нулю. Иными словами, детектор «не чувствителен» к нулевым колебаниям и способен регистрировать лишь реальные кванты. В отсутствие последних он совершает лишь переходы с верхних уровней на нижние и в конце концов переходит в свое основное, невозбужденное состояние.

В присутствии реальных квантов поля спектральная функция отлична от вакуумной и принимает вид  $F(E) = F_0(E) + \Delta F(|E|)$ . Дополнительный член  $\Delta F(|E|)$  пропорционален среднему числу квантов поля с энергией  $E$  и вероятности нахождения этих квантов в точке, где

расположен детектор. Возбуждение детектора с уровня  $E_i$  на уровень  $E_f > E_i$  вызывается поглощением кванта с энергией  $E_f - E_i$ , и вероятность этого процесса пропорциональна величине  $\Delta F(E_f - E_i)$ .

Рассмотрим один частный, но очень важный пример, к которому мы еще не раз будем обращаться. Представим себе, что в инерциальной системе отсчета покоится термостат, внутри которого заключен газ тепловых квантов (излучение черного тела) с некоторой температурой  $\Theta$ . Будем считать, что размеры термостата достаточно велики, и поместим (закрепим) внутри термостата наш детектор так, чтобы он находился далеко от стенок термостата. В состоянии теплового равновесия среднее число квантов поля с импульсом  $k$  в термостате описывается распределением Бозе—Эйнштейна и имеет вид

$$n_E = [\exp(E/k_B\Theta) - 1]^{-1},$$

где  $E = \hbar|k|c$ . Для такого распределения функция  $\Delta F(E)$  равна

$$\Delta F(E) = En_E/2\pi\hbar^2.$$

Вероятность  $w_{i \rightarrow f}$  перехода детектора, взаимодействующего с чернотельным излучением, с уровня  $E_f$  на уровень  $E_i$  связана с вероятностью обратного перехода  $w_{f \rightarrow i}$  соотношением

$$w_{i \rightarrow f} / w_{f \rightarrow i} = \exp[(E_i - E_f)/k_B\Theta].$$

Это соотношение известно как принцип детального равновесия. Оно означает, в частности, что если исходное распределение детектора по уровням является больцмановским (то есть вероятность нахождения детектора на уровне  $E_i$  пропорциональна  $\exp(-E_i/k_B\Theta)$ ), то взаимодействие детектора с тепловым излучением с той же температурой  $\Theta$  не изменяет такого состояния детектора. Можно сказать, что такой детектор находится в равновесии с чернотельным излучением с той же температурой. В рассматриваемом случае этот результат довольно очевиден, и его, конечно же, можно было предсказать заранее.

Если вероятность распределения детектора по уровням первоначально была не тепловая (например, он находился в основном состоянии), то со временем это состояние станет тепловым и он придет в равновесие с

окружающим газом тепловых квантов. Время установления этого равновесия зависит от «сечения взаимодействия» детектора с излучением (от величин  $\alpha^2 |D_{fi}|^2$ ). Подчеркнем, что рассматриваемый нами детектор может выполнять роль термометра. При этом достаточно, чтобы он имел всего два уровня, по равновесным заселенностям которых можно судить о температуре излучения.

Итак, мы описали действие простейшего устройства (детектора), способного регистрировать кванты. Если такой детектор покоится в инерциальной системе отсчета, а кванты поля отсутствуют, то он, конечно же, ничего регистрировать не будет. А теперь зададимся вопросом: как поведет себя такой детектор в вакууме, если он не покоится, а движется с ускорением? Оказывается, в этом случае даже детектор, первоначально находившийся в основном состоянии, возбуждается. Более того, если движение равномерно ускоренное (с ускорением  $a$ ), то через некоторое время распределение ускоренного детектора по уровням станет тепловым с температурой Унру  $T_a$ . Поскольку при этом детектор движется в вакууме и реальные кванты отсутствуют, то можно сказать, что ускоренный детектор «регистрирует» вакуумные нулевые колебания.

Мы уже говорили, что вакуумные нулевые колебания имеют вполне наблюдаемые проявления, и поэтому сам факт их «регистраций» ускоренным детектором не выглядит чем-то невозможным. Однако, если мы, забегая вперед, скажем, что детектор, возбуждаясь, не только ничего не поглощает, но еще и испускает реальный квант, и напомним, что при взаимодействии с исходно чистым, квантовомеханическим состоянием (вакуумом) система приобретает тепловые свойства, то, мы думаем, читатель согласится с тем, что описываемое явление не совсем обычно и заслуживает того, чтобы разобраться в нем подробнее. Прежде чем приступить к этой задаче, рассмотрим некоторые свойства равномерно ускоренного движения и опишем равномерно ускоренную систему отсчета.

## РАВНОМЕРНО УСКОРЕННАЯ СИСТЕМА ОТСЧЕТА

Введем в пространстве Минковского новые координаты  $x^a = (\eta, \rho, y, z)$ , связанные с декартовыми коор-

динамами  $X^{\mu} = (cT, X, Y, Z)$  соотношениями  
 $cT = \rho \operatorname{sh} \eta, \quad X = \rho \operatorname{ch} \eta, \quad Y = y, \quad Z = z.$

Эти новые координаты<sup>3</sup> покрывают область  $X > c|T|$  (рис. 2). Координатные линии  $\eta(\rho, y, z = \text{const})$  являются гиперболами, асимптоты к которым — световые прямые  $X = \pm cT, Y = y, Z = z$ . Представим себе, что вдоль такой координатной линии  $\rho = \rho_0, y = z = 0$  движется некоторая частица. Очевидно, что это движение ускоренное по отношению к инерциальной системе отсчета, причем ускорение направлено вдоль оси  $X$ . Нетрудно убедиться также, что величина четырехмерного ускорения постоянна и равна

$$a = |a_{\mu} a^{\mu}|^{1/2} = c^2 \rho^{-1}.$$

Такое движение называют равномерно ускоренным (иногда также равноускоренным или гиперболическим). По таким траекториям движутся, например, заряженные частицы в однородном электрическом поле, если их скорость направлена по полю.

С подобной частицей можно связать жесткую равномерно ускоренную систему отсчета. Именно представим себе, что частица «несет» стандартные часы, и к ней прикреплены три жесткие линейки, направленные по осям  $X, Y$  и  $Z$ . Собственное время  $\tau$ , измеряемое стандартными часами, связано с параметром  $\eta$  соотношением  $\tau = \rho_0 \eta / c$ . Жесткость линеек означает, что их длина, измеренная в системе отсчета равномерно ускоренной частицы, не изменяется со временем. В рассматриваемой ситуации сформулировать условия такой жесткости не составляет труда. Действительно, зафиксируем положение  $X^{\mu}_0$  частицы в момент  $\eta_0$ . Тогда нетрудно убедиться, что геометрическое место точек (событий)  $X^{\mu}$ , одновременных с  $X^{\mu}_0$  с точки зрения ускоренного наблюдателя, совпадает с плоскостью, проходящей через  $X^{\mu}_0$  и через «линию»  $\rho = 0$ , эта плоскость описывается уравнением  $\eta = \eta_0$  (см. рис. 2). Если  $x^{\mu}(\eta)$  — координаты конца линейки, начало которой закреплено в частице ( $x^{\mu}_0(\eta)$ ), то ее длина  $l$  равна

<sup>3</sup> Свойства пространства-времени в таких координатах подробно исследовались в работах американского физика Риндлера. Поэтому эти координаты часто называют риндлеровскими.

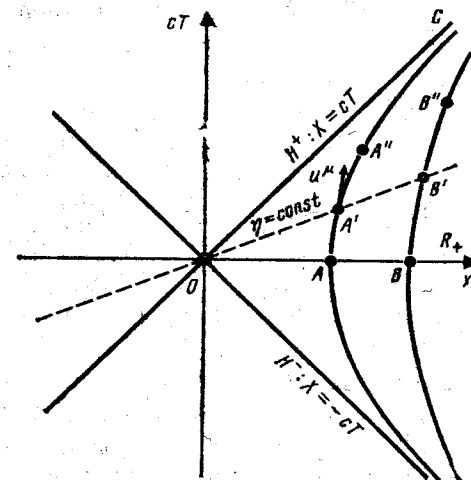


Рис. 2. Равномерно ускоренная система отсчета. Координаты  $x^{\mu} = (\eta, \rho, y, z)$ , связанные с равномерно ускоренной системой отсчета, покрывают область  $R_+$ , в которой  $X > c|T|$

$$l = [(\rho - \rho_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2]^{1/2}.$$

Поэтому если мировые линии, описывающие начало и конец линейки, совпадают с координатными линиями времени  $\eta$ , то длина такой линейки постоянна и она является жесткой. Или, иными словами, физическая жесткость в рассматриваемом случае эквивалентна «координатной» жесткости, то есть постоянству координат  $\rho, y, z$  начала и конца линейки; введенная система отсчета является невращающейся.

Можно считать, что система координат  $x^{\mu}$  связана с равномерно ускоренной системой отсчета в том же смысле, в котором декартова система координат  $X^{\mu}$  связана с инерциальной системой отсчета. Введенную равномерно ускоренную систему отсчета мы будем кратко называть  $A$ -системой (от английского accelerated — ускоренный).

Обратим внимание на одно довольно важное свойство жестких ускоренно движущихся тел (линеек и т. п.): разные их точки движутся с разными ускорениями. Ска-

занное очевидно; если учесть, что ускорение  $a$  точки с координатой  $\rho$  равно  $a = c^2 \rho^{-1}$ . Поэтому концы жесткой линейки  $AB$ , покоящейся в равномерно ускоренной системе и направленной вдоль оси  $X$  (см. рис. 2), обладая разными значениями координаты  $\rho$ , движутся с разными ускорениями. Ускорение конца  $B$  меньше ускорения конца  $A$ . Это приводит, в частности, к тому, что максимальный размер жесткого ускоренного тела в направлении, противоположном вектору ускорения, и отсчитываемый от выбранной точки, движущейся с ускорением  $a$ , не может превосходить величины  $c^2 a^{-1}$ . Чтобы избежать недоразумений, подчеркнем, что под ускорением некоторой равномерно ускоренной системы отсчета мы всегда будем понимать ускорение  $a$  тела, с которым эта система отсчета связана. Рассматривая ускоренные тела, будем считать их размеры в направлении, определяемом вектором ускорения  $a$ , меньшими  $c^2 a^{-1}$ .

Опишем еще одно важное свойство равномерно ускоренного движения. Пусть некоторое тело совершает движение с постоянным ускорением. Для определенности мы будем считать, что это тело совпадает с началом  $A$ -системы отсчета. Миртовая линия его движения изображается гиперболой (линия  $AA'A''...$  на рис. 2), уравнение которой в декартовых координатах имеет вид  $X^2 - c^2 T^2 = \rho_0^2$ . Но это условие означает, что интервал между событием  $O$  и любым другим событием, лежащим на гиперболе, постоянен и равен  $\rho_0$ .

Зададимся теперь вопросом: каково расстояние от начала ускоренной системы отсчета  $A$  до линии  $OC$ , изображающей движение светового луча и лежащей на плоскости  $H^+$ , описываемой уравнением  $X = cT$ ? Этот вопрос имеет определенный смысл, если мы дополним, что интересуемся собственным расстоянием, измеренным в системе отсчета  $A$ . Пусть  $A'$  — положение начала отсчета системы в некоторый момент  $\eta'$ . Тогда, как уже отмечалось, множество событий, одновременных в  $A$ -системе с событием  $A'$ , образует плоскость  $\eta = \eta'$ . Эта плоскость пересекает плоскость  $H^+$  в точке  $O$ . Поэтому расстояние в  $A$ -системе до луча  $OC$  совпадает с длиной интервала  $OA'$ , то есть равно  $\rho_0$ . Иными словами, луч света  $OC$ , «догоняющий» равномерно ускоренного наблюдателя  $AA'A''...$  в системе отсчета этого

наблюдателя все время остается на одном и том же расстоянии от него, равном  $\rho_0$ .

Область событий, лежащая на рис. 2 левее плоскости  $H^+$ , недоступна для наблюдений в  $A$ -системе отсчета, поскольку никакие сигналы, распространяющиеся со скоростью, меньшей или равной скорости света от событий, лежащих в этой области, не могут пересечь  $H^+$  и быть зафиксированы ускоренным наблюдателем. В соответствии с этим световую плоскость  $H^+$  называют горизонтом событий.

Предположим теперь, что имеется плоская монохроматическая волна света, распространяющаяся в направлении оси  $X$  и обладающая в исходной  $I$ -системе отсчета частотой  $\omega$ . Такая волна характеризуется следующей зависимостью от  $X$  и  $T$ :  $\exp[-i\omega(T - Xc^{-1})]$ . В координатах, связанных с  $A$ -системой, эта зависимость принимает вид  $\exp[i\omega c^{-1} \rho \exp(\eta)]$ . Поэтому, в частности, для наблюдателя, помещенного в начало  $A$ -системы (в точку, ускорение которой равно  $a$ ), такая волна изменяется по его собственному времени по закону  $\exp[i\omega c a^{-1} \exp(\tau c a^{-1})]$ . Иными словами, в  $A$ -системе отсчета такая волна вовсе не является монохроматической. Более того, при разложении на монохроматические (с точки зрения  $A$ -системы) волны исходная волна неизбежно будет содержать не только положительные ( $\omega > 0$ ), но и отрицательные ( $\omega < 0$ ) частоты. Причина монохроматичности исходной волны в  $A$ -системе очевидна:  $A$ -система движется по отношению к исходной  $I$ -системе с переменной скоростью, и поэтому доплеровский сдвиг частоты волны, наблюдаемой в  $A$ -системе, также непрерывно изменяется со временем.

Остановимся еще на одном вопросе, связанном с распространением световых сигналов в  $A$ -системе отсчета. Представим себе, что из начала координат  $\rho = \rho_0$  такой системы периодически (с периодом  $\Delta\tau_0$  по собственному времени  $\tau$ ) посылаются вдоль оси  $X$  световые сигналы, приход которых регистрируется в точке с координатами  $\rho, y = z = 0$ . Нетрудно убедиться, что принимаемые сигналы также периодичны, однако период их отличен от  $\Delta\tau_0$  и равен  $\Delta\tau = \rho \Delta\tau_0 / \rho_0$ . Иными словами, такие сигналы, принимаемые наблюдателями при  $\rho > \rho_0$ , испытывают красное смещение, для наблюдателей при  $\rho < \rho_0$  — синее.

Для дальнейшего оказывается удобным ввести со-

хранящуюся величину  $E$ , которая в равномерно ускоренной системе отсчета играет роль, аналогичную обычной энергии  $E$  в  $I$ -системе. Эту величину принято называть риндлеровской энергией. Как уже отмечалось, вследствие инвариантности пространства Минковского относительно преобразований бустов имеется три сохраняющиеся величины, образующие вектор  $K$ . В рассматриваемом случае ( $A$ -система отсчета движется вдоль оси  $X$ ) величина, о которой идет речь (риндлеровская энергия), совпадает с компонентой  $K_X$ . Для свободно движущейся частицы, обладающей импульсом  $p^x$ ,  $E$  совпадает с  $-p_x$ -компонентой импульса в  $A$ -системе. Для волны, монохроматической в  $A$ -системе (то есть характеризуемой зависимостью  $\exp(-iv\eta)$ ), величина  $E$  пропорциональна  $\hbar\nu$ .

Познакомившись со свойствами равномерно ускоренной системы отсчета, мы вернемся теперь к вопросу о том, как ведет себя равномерно ускоренный детектор в вакууме.

### ЧТО ПРОИСХОДИТ, КОГДА ДЕТЕКТОР ДВИЖЕТСЯ УСКОРЕННО В ВАКУУМЕ?

Пусть тело, которое выполняет функции детектора (то есть имеет внутренние степени свободы с дискретными уровнями энергии), приводится в состояние равномерно ускоренного (с ускорением  $a$ ) движения. Поскольку детектор движется ускоренно, на него, очевидно, должна действовать внешняя сила, которая до известной степени его деформирует. При этом деформируются, вообще говоря, волновые функции, описывающие стационарные состояния, и изменяются сами уровни энергии детектора. Будем, однако, считать, что эти уровни остаются дискретными и характеризуются определенными значениями  $E_i$  риндлеровской энергии. Такое предположение представляется достаточно разумным, по крайней мере в случае, когда процесс ускорения детектора происходит адиабатически и при этом под действием внешней силы уровни не разрушаются. Тогда, если детектор первоначально находился на некотором уровне с номером  $i$ , то уровни, отличные от  $i$ , не возбуждаются и система оказывается в состоянии с определенной риндлеровской энергией. Если условие

адиабатичности изменения ускорения не выполнено, то можно ожидать, что по прошествии определенного времени после того, как ускорение стало постоянным, все релаксационные процессы, которые могли возникнуть при «неадиабатическом» ускорении детектора, затухают и его собственные состояния также становятся стационарными и характеризуются определенными значениями риндлеровской энергии.

Итак, пусть детектор, покоящийся в  $A$ -системе и не взаимодействующий с квантованным полем, находится в некотором стационарном состоянии с риндлеровской энергией  $E_i$ . Что произойдет с ним, если учесть («включить») взаимодействие с нулевыми вакуумными колебаниями квантованного поля? Мы будем по-прежнему рассматривать простейший случай взаимодействия с квантованным скалярным полем и использовать приближение, основанное на том, что величина  $\lambda \sim \hbar c / \Delta E$  много больше размеров детектора (здесь  $\Delta E$  — характерная разность риндлеровских энергий двух ближайших уровней).

В точности так же, как это делается в  $I$ -системе отсчета, можно вычислить вероятность перехода за единицу собственного времени  $\tau$  детектора с уровня  $i$  на уровень  $f$ . Можно показать, что в используемом нами приближении эта вероятность  $w_{i \rightarrow f}$  имеет вид

$$w_{i \rightarrow f} = \alpha^2 |D_{fi}|^2 F(E_f - E_i).$$

Выражение для вероятности переходов  $w_{i \rightarrow f}$  весьма сходно с тем, которое описывало вероятность переходов детектора в инерциальной системе отсчета. Как и ранее, постоянная  $\alpha$  характеризует «силу» взаимодействия с квантованным полем, величины  $|D_{fi}|^2$  определяются устройством детектора, а спектральная функция  $F(E)$  отражает состояние квантованного поля и характер движения детектора. Более точно,  $F(E)$  описывает энергетический спектр флуктуаций квантованного поля. При этом в рассматриваемом нами сейчас случае спектр флуктуаций вычисляется в равномерно ускоренной системе отсчета, в то время как ранее (для детектора, покоящегося в  $I$ -системе) аналогичный спектр вычислялся по отношению к  $I$ -системе. То, что результаты в  $A$ - и  $I$ -системах оказываются различными, можно предвидеть заранее. Действительно, положительно-частотные моно-

хроматические волны, отвечающие нулевым колебаниям в  $I$ -системе отсчета, рассматриваемые в  $A$ -системе, вообще не являются монохроматическими и содержат, при разложении по функциям вида  $\exp(-i\omega t)$  не только положительные, но и отрицательные частоты. Поэтому функция  $F(\bar{E})$ , вообще говоря, отлична от нуля и при  $\bar{E} > 0$ .

В простейшем случае, когда квантованное поле находится в своем основном (относительно  $I$ -системы отсчета) вакуумном состоянии  $|0; M\rangle$ , спектральная функция  $F(\bar{E})$  легко вычисляется, причем оказывается, что она имеет вид

$$F(\bar{E}) = (|\bar{E}|/2\pi\hbar^2) [\theta(-\bar{E}) + n_{|\bar{E}|}].$$

Здесь  $\theta$  — ступенчатая функция,

$$n_{|\bar{E}|} = [\exp(\bar{E}/k_B T_a) - 1]^{-1},$$

а  $T_a$  — температура Унру, отвечающая ускорению  $a$ , явный вид которой уже приводился ранее.

Спектральная функция  $F(\bar{E})$  действительно отлична от нуля при  $\bar{E} > 0$ . Это означает, что равномерно ускоренный детектор, первоначально находившийся на своем основном уровне, при взаимодействии с вакуумными нулевыми колебаниями возбуждается. Такое поведение ускоренного детектора отлично от поведения детектора в инерциальной системе отсчета. Сказанное означает, в частности, что свойства вакуума  $|0; M\rangle$  различны в  $I$ - и  $A$ -системах отсчета.

Обращает на себя внимание следующая особенность спектральной функции  $F(\bar{E})$ . А именно, она в точности совпадает (после замены  $\bar{E}$  на  $E$ ) с приведенной ранее спектральной функцией  $F(E)$  для чернотельного излучения в  $I$ -системе отсчета, если только температуру этого излучения  $\Theta$  выбрать равной температуре Унру  $T_a$ . Поэтому, в частности, имеет место принцип детального равновесия, согласно которому

$$\omega_{i \rightarrow f} / \omega_{f \rightarrow i} = \exp[(\bar{E}_i - \bar{E}_f) / k_B T_a].$$

Более детальное рассмотрение показывает, что факт точного совпадения  $F(\bar{E})$  и  $F(E)$  в известной степени случаен. Для полей, отличных от скалярного безмассового (и, в частности, для безусловного гораздо более интересного для физики реального электромагнитного поля), такого совпадения уже нет. Важно, однако, что эти

спектральные функции отличаются друг от друга всегда лишь общим множителем, зависящим от абсолютного значения  $|E|$ . Поэтому, в частности, для равномерно ускоренных детекторов, регистрирующих кванты различных полей, всегда выполняется принцип детального равновесия, описанный выше. Это означает, что все такие детекторы по прошествии некоторого времени будут иметь больцмановское распределение по уровням. Иными словами, они зарегистрируют температуру  $T_a$ .

Конечно же, этот результат сразу порождает ряд вопросов. И первый из них, наверное, как, из-за чего в задаче, в которой не было никакой речи о термодинамике, возникла эта температура. Чтобы ответить на этот вопрос, нам потребуется сначала познакомиться со схемой построения квантовой теории в равномерно ускоренной системе отсчета.

## КВАНТОВАННОЕ ПОЛЕ В РАВНОМЕРНО УСКОРЕННОЙ СИСТЕМЕ ОТСЧЕТА

На первый взгляд построение квантовой теории поля в равномерно ускоренной системе отсчета не представляет особых затруднений. Действительно, единственное, что требуется при разложении оператора поля по волновым функциям, — использовать волновые функции, являющиеся положительно-частотными по отношению к риндлеровскому времени  $\eta$  (то есть к собственному времени в  $A$ -системе). Состояние с минимальным значением риндлеровской энергии естественно назвать вакуумом в  $A$ -системе. Это состояние мы будем обозначать  $|0; R\rangle$ . (Буква  $R$  указывает на то, что минимизируется именно риндлеровская энергия.) Всякое возбужденное состояние, то есть состояние с отличной от нуля риндлеровской энергией, можно интерпретировать как наличие элементарных возбуждений, которые принято называть риндлеровскими квантами (или сокращенно  $R$ -квантами). Волновая функция этих квантов имеет вид  $\exp(-iv\eta)\Phi_i(x)$ , а их риндлеровская энергия равна  $E = \hbar\nu ac^{-1}$ . Помимо энергии  $\bar{E}$ , риндлеровские кванты характеризуются некоторыми другими квантовыми числами, которые мы обозначили  $J$ . Как и при квантовании в инерциальной системе отсчета, явный

вид  $\Phi_j(x)$  зависит от конкретного способа выбора этих дополнительных квантовых чисел, определяющих состояние кванта с данной энергией. Мы не будем описывать этот выбор более подробно.

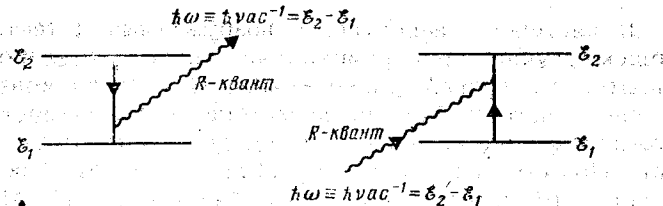
В действительности при построении квантовой теории в ускоренной системе отсчета имеются «подводные камни», которые приводят к значительным усложнениям. Дело в том, что ускоренная система отсчета не является полной. Связанные с  $A$ -системой координаты покрывают лишь часть всего пространства Минковского, а именно область  $R_+$ , в которой  $X > c|T|$ . Поэтому и определяемые в этих координатах волновые функции  $\Phi_j(x)$  не образуют полной системы. А если полнота отсутствует, то, вообще говоря, при таком способе квантования не удастся установить однозначной связи между состояниями, определяемыми в  $I$ -системе в полном пространстве Минковского, и состояниями в  $A$ -системе в части пространства  $R_+$ . Иными словами, при описании квантовых эффектов в равномерно ускоренной системе отсчета нам приходится иметь дело с подсистемой полной квантовой системы. В соответствии с правилами квантовой механики состояние такой подсистемы в общем случае описывается матрицей плотности. Для вакуумного состояния  $|0; M\rangle$  в пространстве Минковского эта матрица плотности оказывается тепловой. Сказанное означает, что это состояние, простейшее в  $I$ -системе отсчета, проявляет себя в равномерно ускоренной системе отсчета как «тепловой» газ риндлеровских квантов, причем оказывается, что температура этого газа совпадает с температурой Унру  $T_a$ .

Конечно же, возникают вопросы. Если «самое простое» состояние в инерциальной системе отсчета (вакуумное) так сложно устроено в  $A$ -системе, то можно ли «приготовить» состояние  $|0; R\rangle$ ? Это состояние, простое в  $A$ -системе, должно в инерциальной системе отсчета описываться довольно сложно. В какой степени «реальные» риндлеровские кванты? Зачем вообще квантовать в  $A$ -системе, если имеется стандартная квантовая теория, построенная в  $I$ -системе, способная при определенных навыках давать ответы на любые правильно поставленные вопросы? И наконец, насколько общим является вывод о том, что вакууму  $|0; M\rangle$  отвечает в  $A$ -системе тепловая матрица плотности? Справедлив ли этот вывод для других (отличных от скалярного) физи-

ческих полей? Ниже мы постараемся дать ответы на эти вопросы.

Поскольку само состояние  $|0; R\rangle$  выглядит в стандартной  $I$ -системе довольно искусственным, не следует удивляться тому, что несколько искусствен «процесс приготовления» этого состояния. Представим себе две бесконечные плоские параллельные идеально проводящие пластины (для сокращения будем называть их зеркалами), первоначально покоящиеся в  $I$ -системе. Пусть в пространстве между зеркалами отсутствуют реальные кванты, то есть исходное состояние вакуумное. Предположим теперь, что эта система адиабатически медленно приводится в состояние равноускоренного движения, причем расстояние между зеркалами (в их собственной системе отсчета) сохраняется постоянным. Будем считать, что после достижения заданного ускорения это ускорение поддерживается постоянным столько времени, сколько нам требуется. Выберем такую  $A$ -систему, в которой эти зеркала покоятся. Поскольку процесс ускорения проходил адиабатически, энергетические уровни электромагнитного поля в пространстве между зеркалами остаются незаполненными. Иными словами, в пространстве между зеркалами, покоящимися в  $A$ -системе, отсутствуют риндлеровские кванты. Можно представить себе, что расстояние между зеркалами достаточно велико так, чтобы для одного из них координата  $\rho_1$  удовлетворяла условию  $\rho_1 \ll \rho_0$ , а для другого  $\rho_2 \gg \rho_0$ . (Напомним, что  $\rho_0 = c^2 a^{-1}$  — координата начала отсчета  $A$ -системы, движущейся с ускорением  $a$ .) В предельном случае, когда  $\rho_1 \rightarrow 0$ , а  $\rho_2 \rightarrow \infty$ , состояние между подобными зеркалами все меньше отличается от  $|0; R\rangle$ .

Выясним теперь, как происходит взаимодействие детектора с квантованным полем при описании этого процесса в  $A$ -системе отсчета. Это взаимодействие можно описать как последовательность элементарных процессов переходов детектора с одного уровня на другой с одновременным испусканием или поглощением одного риндлеровского кванта. Матричные элементы таких переходов отличны от нуля лишь в том случае, когда выполнен закон сохранения риндлеровской энергии. А именно, испускание риндлеровского кванта сопровождается переходом детектора с верхнего уровня на нижний, а поглощение такого кванта — обратным процессом возбуждения детектора (рис. 3). Можно сказать,



б

Рис. 3. Взаимодействие детектора, покоящегося в  $A$ -системе отсчета, с квантованным полем:  $a$  — при переходе с верхнего уровня на нижний испускается риндлеровский квант;  $b$  — возбуждение детектора при поглощении риндлеровского кванта

что детектор, покоящийся в  $A$ -системе, служит для регистрации риндлеровских квантов в том же смысле, в каком детектор, покоящийся в  $I$ -системе, регистрирует обычные кванты.

Использование представления о риндлеровских квантах позволяет в ряде случаев упростить описание процессов, связанных с взаимодействием равномерно ускоренно движущихся систем с квантованным полем. Подчеркнем сразу, что, конечно же, для вычисления величин, имеющих инвариантный (не зависящий от системы отсчета) характер, можно использовать любые системы отсчета. Результат вычислений не должен (и не будет) зависеть от этого выбора. Однако характер самих вычислений при этом может существенно изменяться. Так оказывается, и это вполне естественно, что если интересоваться поведением детектора, покоящегося в  $A$ -системе, то такой анализ максимально упрощается, если он выполняется в самой  $A$ -системе. Именно поэтому использование представления о риндлеровских квантах (или, если угодно, о риндлеровских квазичастицах) оказывается удобным при проведении вычислений всякий раз, когда система или часть системы значительное время движется равномерно ускоренно, хотя те же результаты могут, несомненно, быть получены и с помощью более привычных стандартных вычислений в  $I$ -системе<sup>4</sup>.

<sup>4</sup> Ситуация здесь в известной мере такая же, как в случае, когда рассматривается система, обладающая определенной пространственной симметрией. Например, если это сферическая симметрия, то удобно пользоваться сферической системой координат и разложениями по сферическим гармоникам, хотя допустимо, конечно, все вычисления проводить в декартовых координатах и использовать разложение по плоским волнам.

В частности, вероятность возбуждения детектора в общем случае пропорциональна числу риндлеровских квантов с энергией, равной разности энергий конечного и начального состояний детектора, и вероятности нахождения этих квантов в точке, где расположен детектор. Поэтому получает свое объяснение тот факт, что ускоренный детектор в вакууме Минковского  $|0; M\rangle$  ведет себя аналогично детектору, взаимодействующему с чернотельным излучением с температурой  $T_a$ .

До сих пор мы обсуждали в основном простейший случай скалярного безмассового поля. Однако основные из приведенных результатов, относящихся к квантовой теории в равномерно ускоренной системе отсчета, оказываются справедливыми для других физических полей и носят общий характер. В частности, это касается вывода о том, что выбранному состоянию квантованного поля в  $I$ -системе отсчета отвечает матрица плотности в  $A$ -системе, причем всегда для вакуума  $|0; M\rangle$  эта матрица плотности имеет «тепловой» вид с характерной температурой, равной  $T_a$ . Причина этой «универсальности» в конечном счете кроется в следующем. Обычный гамильтониан  $H$ , описывающий эволюцию квантованного поля в инерциальной системе отсчета, совпадает с оператором энергии в этой  $I$ -системе и является генератором сдвигов по времени  $T$ . Риндлеровский гамильтониан  $K$ , описывающий эволюцию того же квантованного поля в равномерно ускоренной системе отсчета, совпадает с оператором риндлеровской энергии в  $A$ -системе и является генератором преобразований бустов. Как сдвиги по времени  $T$ , так и бустовские преобразования принадлежат группе Пуанкаре, что фиксирует вид коммутационных соотношений операторов  $H$  и  $K$ . Эти соотношения позволяют установить связь между вакуумами  $|0; M\rangle$  и  $|0; R\rangle$ , которые являются собственными состояниями для  $H$  и  $K$ , и определить тем самым явный вид матрицы плотности. Тот факт, что коммутационные соотношения между  $H$  и  $K$  не зависят от конкретного вида поля, а определяются лишь общими свойствами симметрии пространства-времени, приводит к универсальности выражения для матрицы плотности, отвечающей вакууму  $|0; M\rangle$  в  $A$ -системе.

Сказанное означает, что для любых физических полей матрица плотности, отвечающая в  $A$ -системе обычному вакууму Минковского  $|0; M\rangle$ , имеет «тепловой»



вид и характеризуется одной и той же температурой  $T_a$ . Именно это имеют в виду, когда иногда говорят, что обычный вакуум в  $A$ -системе «нагреет» до температуры  $T_a$  и равномерно ускоренные детекторы в этом вакууме ведут себя так же, как аналогичные покоящиеся детекторы, помещенные в термостат с температурой  $T_a$ . Следует заметить, что последнее утверждение не совсем точно и нуждается в следующем разъяснении. Хотя распределение по «энергии» риндлеровских квантов имеет тепловой вид, их волновые функции существенно отличны от плоских волн. Это отличие связано с тем, что свободные кванты в пространстве Минковского по отношению к ускоренной системе отсчета движутся с ускорением, то есть так, как будто на них действует сила (сила инерции). Это приводит к тому, что сравнение теплового газа риндлеровских квантов с состоянием в термостате законно только при той существенной оговорке, что этот термостат и его содержимое находятся в поле внешних сил (сил «инерции») или, как это будет показано ниже, в однородном статическом гравитационном поле.

## КВАНТОВОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ УСКОРЕННЫХ НЕЙТРАЛЬНЫХ ТЕЛ

Итак, детектор, покоящийся в равномерно ускоренной системе отсчета при взаимодействии с квантованным полем в состоянии  $|0; M\rangle$ , совершает переходы. При описании в  $A$ -системе, в которой детектор покоится, его возбуждение сопровождается поглощением риндлеровского кванта из окружающей тепловой «бани», а переход на более низкий энергетический уровень — излучением риндлеровского кванта. Что при этом «видит» наблюдатель, покоящийся в инерциальной системе отсчета? Ответ на этот вопрос был дан в 1984 году в работе канадского физика Унру и американского физика Уолда, и он состоит в следующем: в отсутствие реальных квантов (состояние  $|0; M\rangle$ ) при описании в инерциальной системе отсчета переход детектора как на более высокий, так и его переход на более низкий уровень сопровождается излучением кванта поля, то есть в электромагнитном случае — реального фотона. Подобные процессы излучения фотонов выглядят не

совсем обычными и заслуживают более подробного обсуждения. Особенно это относится к случаю, когда детектор вначале находился на своем самом нижнем энергетическом уровне.

В этой связи полезно отметить, что фактически аналогичные процессы излучения детектора при его возбуждении известны уже давно и обсуждались, в частности, в 1947 году советскими физиками Гинзбургом и Франком при рассмотрении так называемого аномального эффекта Доплера. Напомним кратко, в чем состоит этот эффект. Представим себе, что детектор (например, описанного выше типа) движется равномерно и прямолинейно со скоростью  $v$  в среде с показателем преломления  $n$ , так что  $vn > c$ . Для простоты предположим, что у детектора имеется всего два уровня энергии: нижний и верхний. Пусть такой детектор испускает фотон с импульсом  $\hbar k^\mu$ ,  $k^\mu = (c^{-1}\omega, \mathbf{k})$ ,  $|\mathbf{k}| = \omega n c^{-1}$ . Применяя закон сохранения для этой системы (детектор + фотон) и используя приближение, когда отдачей детектора можно пренебречь, можно убедиться, что

$$\hbar\omega = -\Delta E (1 - v^2/c^2)^{1/2} (1 - vn \cos \theta/c)^{-1},$$

где  $\Delta E$  — разность энергий детектора в конце и до начала процесса излучения, а  $\theta$  — угол между направлением движения детектора и импульсом фотона. Обозначим  $\theta_0$  угол излучения Вавилова—Черенкова, определяемый условием  $\cos \theta_0 = c/vn$ . Приведенное соотношение показывает, что при  $\theta > \theta_0$  (в области нормального эффекта Доплера, рис. 4) излучение кванта с частотой  $\omega > 0$  сопровождается уменьшением энергии детектора ( $\Delta E < 0$ ), то есть переходом его с верхнего уровня на нижний. Для фотонов, излучаемых внутрь черенковского конуса (в области аномального эффекта Доплера,  $\theta < \theta_0$ ), ситуация иная. Излучение фотона связано с увеличением энергии детектора ( $\Delta E > 0$ ), то есть его возбуждением. Таким образом, при движении с постоянной скоростью  $v > c/n$  в среде детектор, первоначально находившийся в основном состоянии, из-за взаимодействия с квантованным электромагнитным полем начинает возбуждаться, излучая при этом реальные фотоны, то есть ведет себя до известной степени аналогично ускоренно-

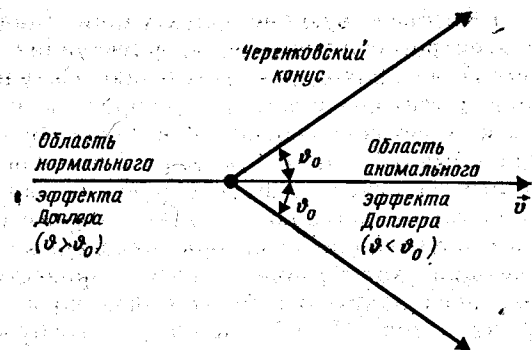


Рис. 4. Нормальный эффект Доплера. На рисунке изображены области нормального и аномального эффекта Доплера при движении частицы со скоростью  $v$  в среде с показателем преломления  $n$  ( $vn/c > 1$ ).  $\phi_0$  — угол раствора черенковского конуса

му детектору<sup>5</sup>. Конечно, закон сохранения энергии не нарушается: для движения с постоянной скоростью в этих условиях на тело должна действовать сила, работа которой и покрывает необходимую потерю энергии. Подчеркнем, что в обоих случаях, когда речь идет о возбуждении с основного уровня, эффект имеет чисто квантовую природу. Классический осциллятор или другая классическая система в аналогичных условиях (то есть в основном состоянии при движении с постоянной скоростью  $v > c/n$  в среде или с постоянным ускорением в вакууме) не возбуждается.

Рассмотренные выше квантовые эффекты излучения нейтрального в целом детектора допускают несколько иное описание, при котором становится более понятной роль вакуумных нулевых колебаний. Внутренние степени свободы детектора при взаимодействии с вакуумными нулевыми колебаниями испытывают флуктуации. Эти флуктуации могут привести к некоторому изменению уровней детектора. Однако если детектор покоится и находится в основном состоянии, это состояние не

<sup>5</sup> Интересно отметить, что аналогичный эффект хорошо известен в аэродинамике, а именно при движении тела с внутренними степенями свободы со сверхзвуковой скоростью в среде возможно развитие неустойчивости, связанное с возбуждением этих внутренних степеней свободы, сопровождаемое излучением звуковых волн. Это явление носит название эффекта флаттера,

возбуждается, а соответствующие флуктуации (например, в случае электромагнитного поля, флуктуации дипольного момента) не приводят к излучению. Ситуация изменяется, если детектор движется с ускорением в вакууме или со сверхсветовой скоростью в среде. В этих условиях, когда обычный заряд становится источником электромагнитного излучения, флуктуирующие заряды внутри детектора также начинают излучать. Иными словами, квантовые флуктуации детектора, наведенные вакуумными нулевыми колебаниями, могут привести к появлению реального излучения. Этот вывод носит довольно общий характер. Подобный эффект возбуждения детектора из основного состояния с излучением кванта можно ожидать и при движении с произвольным (переменным по направлению или величине) ускорением, а также и в других ситуациях, при которых возможно излучение заряда.

В качестве интересных примеров упомянем случаи, когда детектор под действием сил движется с постоянной угловой скоростью по окружности или когда детектор с постоянной скоростью движется в неоднородной среде, так что показатель преломления среды меняется вдоль его траектории движения. Если бы детектор обладал электрическим зарядом, то в обоих случаях он являлся бы источником электромагнитного излучения. В первом случае это излучение принято называть синхротронным, во втором — переходным. В обоих случаях нейтральный детектор является источником квантового излучения.

Существует и другой класс явлений, а именно излучение движущихся макроскопических популяризуемых тел, который тесно связан с излучением движущегося детектора. С микроскопической точки зрения любое тело является системой со многими уровнями. Поляризуемость тела означает, что, скажем, под влиянием внешнего электрического поля тело приобретает некоторый дипольный момент. В общем случае речь идет о том, что тело взаимодействует с полем, в частности с нулевым полем. Другими словами, макроскопическое тело может считаться некоторым детектором со всеми вытекающими отсюда последствиями. Однако в этом случае фиксация состояния тела (детектора) затруднена и наблюдаться может, вообще говоря, лишь его соответствующее излучение. В соответствии со сказанным ранее

возникновение квантового излучения движущихся поляризуемых тел следует ожидать всякий раз, когда при аналогичном движении имеет место излучение от зарядов или детекторов.

Случай равномерно ускоренного движения, который мы более подробно рассматривали выше, является в известной степени выделенным. При произвольном движении детектора, вообще говоря, имеет место возбуждение детектора с низшего уровня. Если с течением времени свойства квантованного поля в системе отсчета, связанной с детектором, не изменяются, то существует некоторое конечное равновесное стационарное распределение детектора по уровням. Однако только в случае, когда детектор движется равномерно ускоренно, это состояние — тепловое. Этот эффект тесным образом связан с принципом эквивалентности. Мы вернемся к этому вопросу чуть позднее, после обсуждения возможности экспериментальной проверки этого эффекта.

## ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ЧАСТИЦЫ В РОЛИ ДЕТЕКТОРОВ

Закономерен вопрос: можно ли в реальных условиях наблюдать возбуждение ускоренного детектора и представляет ли эта задача интерес при каких-то физических исследованиях? Прежде всего отметим, что из приведенного выше выражения для температуры Унру  $T_a$  вытекает, что температуре в 1 градус Кельвина отвечает огромное ускорение порядка  $a_{1к} = 2,4 \cdot 10^{22}$  см/с<sup>2</sup>. Это ускорение почти на двадцать порядков больше ускорения свободного падения на поверхности Земли. Даже огромное по земным масштабам ускорение силы тяжести на поверхности нейтронной звезды ( $a \sim 10^{13}$  см/с<sup>2</sup>) выглядит крайне малым по сравнению с  $a_{1к}$ . Более того, нетрудно убедиться, что при движении макроскопического тела с ускорением  $a_{1к}$  работа, совершаемая ускоряющей силой над составными частицами тела на характерном расстоянии, порядка расстояния между частицами, значительно превосходит характерную энергию взаимодействия частиц. Действительно, работа силы  $m_p a_{1к}$ , действующей на протон (с массой  $m_p \sim 1,6 \cdot 10^{-24}$  г) на расстоянии  $d \sim 10^{-8}$  см (характерный размер атома), составляет величину порядка 100 эВ, что на-

много превышает энергию межатомных связей. Поэтому, по-видимому, невозможно сообщить макроскопическому телу такое ускорение, не разрушая его. Вероятно, наиболее реальными объектами для использования их в качестве ускоренных детекторов являются элементарные частицы. Интересно отметить, что ускорение электрона при его движении в атоме водорода составляет величину порядка  $a = m_e e^6 \hbar^{-4} = 9,1 \cdot 10^{24}$  см·с<sup>-2</sup> и формально этому ускорению отвечает вполне внушительная температура  $\sim 400$  К.

Прежде чем обсуждать вопрос о возможности наблюдения описанных выше эффектов для элементарных частиц, следует пояснить, как бесструктурные в определенном смысле элементарные частицы могут выступать в качестве детекторов, то есть тел, для которых характерно именно наличие различных внутренних состояний. Дело в том, что, помимо тех параметров, которые описывают движение частицы как целое, она, вообще говоря, имеет другие характеристики. К числу их относится, например, спин и его проекция на выделенную ось. Эти дополнительные степени свободы можно в определенном смысле считать «внутренними» и изучать распределение частицы по уровням энергии, отвечающим этим степеням свободы. Именно в этом смысле элементарные частицы можно использовать в роли детекторов.

Оценки показывают, что «температурные» поправки, возникающие из-за ускоренного движения при энергиях существующих или строящихся ускорителей, в принципе могли бы приводить к наблюдаемым эффектам. Основным препятствием при этом является длительность времени, в течение которого устанавливается тепловое равновесие. Напомним, что собственное время  $\tau$  в  $A$ -системе и время  $T$  в  $I$ -системе связаны соотношением  $T = ca^{-1} \text{sh}(a\tau/c)$ . Поэтому если время установления равновесия в  $A$ -системе (то есть в системе, где частица покоится) заметно превосходит величину  $c/a$ , то в  $I$ -системе отвечающее ему время становится экспоненциально большим. По этой причине наблюдение процесса установления равновесия при ускорении электронов в линейных ускорителях оказывается практически невозможным.

Ситуация намного более благоприятная в случае кольцевых ускорителей и накопительных колец. Под-

черкнем сразу же, что, хотя при движении частицы по окружности с постоянной скоростью величина ускорения постоянна, такое движение, конечно, не является равномерно ускоренным, поскольку направление ускорения непрерывно изменяется со временем. Поэтому, хотя при таком движении детектор при взаимодействии с вакуумными нулевыми колебаниями возбуждается, его распределение по уровням отлично, вообще говоря, от теплового. Имеются, однако, ситуации, в которых можно ожидать появление распределений, близких к тепловому. Речь идет о случае движения частиц по окружности с ультрарелятивистской скоростью  $v$ , для которой  $\gamma = (1 - v^2/c^2)^{-1/2} \gg 1$  ( $v$  — линейная скорость движения частицы). При таком движении собственное время  $\tau$  в системе отсчета, где частица покоится, и лабораторное время  $T$  (время в  $I$ -системе) связаны соотношением  $\tau = \gamma^{-1}T$ . Поэтому собственное ускорение частицы  $a$  (то есть ускорение в системе отсчета, где частица покоится) при движении по окружности радиуса  $R$  равно  $a = c^2\gamma^2 R^{-1}$ . Характерный масштаб собственного времени  $\Delta\tau$ , связанный с этим ускорением, порядка  $\Delta\tau \sim c/a \sim R/(c\gamma^2)$ . За это время относительное изменение ускорения  $\Delta a/a \sim \Delta\tau \gamma c/R \sim \gamma^{-1}$ . Этот результат указывает на то, что в случае ультрарелятивистского движения по окружности можно ожидать относительную малость эффектов, связанных с изменением направления ускорения по сравнению с эффектами, обусловленными наличием постоянного ускорения.

В 1983 году Белл и Лейнаас обратили внимание на то, что при движении электронов в накопительном кольце возникает эффект, который может быть непосредственно связан с «тепловыми свойствами» вакуума в ускоренной системе отсчета. Речь идет о так называемом эффекте деполяризации электронного пучка. Этот эффект хорошо известен. Он был описан Соколовым и Терновым в 1963 году и позднее экспериментально подтвержден. Эффект состоит в следующем. При движении электронов в магнитном поле  $H$  из-за взаимодействия магнитного момента электрона с полем энергетически более выгодным оказывается состояние, когда спин электрона направлен в сторону, противоположную  $H$  (при этом магнитный момент направлен по  $H$ ). Иными словами, степень свободы, связанная со спином электрона, имеет два состояния с различной энергией, при-

чем состояние со спином против поля отвечает низшему из них. Поэтому по прошествии достаточного времени в результате излучения спины электронов пучка оказываются преимущественно ориентированными против поля. В принципе такой пучок мог бы стать полностью поляризованным. Однако этого не происходит. Эффект деполяризации состоит в том, что имеется предельное значение допустимой поляризации пучка, которое оказывается равным 92%.

Белл и Лейнаас показали, что этот дефект допускает следующую интерпретацию. В ускоренной системе отсчета, сопутствующей электрону, движущемуся с ультрарелятивистской скоростью, нулевые вакуумные колебания проявляют себя как своеобразный тепловой газ квазичастиц. Взаимодействие электрона с вакуумными колебаниями приводит к возбуждению уровней энергии, связанных со спином. Двухуровневый электронный термометр «измеряет» соответствующую температуру  $U_{nr}$ . Именно поэтому поляризация оказывается неполной.

Расчеты, проведенные в ускоренной системе, подтвердили правильность такой интерпретации, причем для эффективной температуры было получено значение  $13\sqrt{3} \text{ ha}/96k_{Bc}$ , что примерно в 1,5 раза превышает стандартное значение температуры  $U_{nr} - T_a$ . Это отличие связано с тем, что движение не прямолинейное, а круговое. Аналогичное объяснение допускают некоторые другие особенности движения электронов в пучке, такие, например, как возбуждение колебаний пучка в плоскости орбиты и в перпендикулярном к ней направлении.

Сделаем теперь несколько общих замечаний относительно квантовых процессов в однородном постоянном электромагнитном поле с участием заряженных элементарных частиц. Для вероятностей подобных процессов характерно появление малых (экспоненциальных) факторов. И хотя в случае, когда имеется однородное электрическое поле, заряженные частицы движутся равномерно ускоренно, эти факторы отнюдь не всегда имеют «тепловой» вид. Возможно также появление «тепловых» экспонент с температурой, отличающейся числовым множителем от температуры  $U_{nr}$ . На основании этого иногда высказываются сомнения в возможности правиль-

ного описания таких процессов в равномерно ускоренной системе отсчета и в справедливости представления о риндлеровских квантах. На самом деле всякий раз, когда заряженную частицу, движущуюся в электрическом поле, допустимо рассматривать в качестве своеобразного «детектора Унру» (то есть ускорение ее в результате излучения квантов практически не изменяется и отдачей можно пренебречь), поведение ее будет подчиняться тем же законам, что и поведение рассмотренного выше равномерно ускоренного детектора. В частности, его равновесное распределение по уровням энергии, отвечающей «внутренним степеням свободы», обязано быть тепловым с температурой Унру  $T_a$ , где  $a$  — ускорение частицы. При этом вероятности переходов могут иметь «нетепловой вид».

Поясним сказанное на следующем примере. Пусть заряженная элементарная частица с зарядом  $e$  и массой  $m$  движется в однородном электрическом поле и, испуская квант массивного (с массой  $\mu$ ) нейтрального поля, превращается в элементарную частицу с тем же зарядом  $e$  и с массой  $m'$ . Стандартное вычисление в  $I$ -системе вероятности такого процесса показывает, что в случае, когда отдачей можно пренебречь ( $|\Delta E| \equiv \equiv |m - m'| c^2 \ll mc^2$ ) и  $m \gg \mu \gg |m - m'|$  эта вероятность содержит экспоненциальный фактор вида)

$$\exp\left[-\left(\frac{\Delta E}{2k_B T_a} + \frac{\mu c^2}{\pi k_B T_a}\right)\right],$$

где  $T_a$  — температура Унру, отвечающая ускорению  $a = e|E|/m$ . (Здесь и далее мы предполагаем, что показатели экспонент по абсолютной величине достаточно велики) В рассматриваемом случае заряженные частицы можно считать своеобразным двухуровневым детектором Унру, причем разность уровней риндлеровских энергий есть  $\Delta E = (m' - m)c^2$ . Приведенные неравенства гарантируют, что ускорения начальной и конечной заряженных частиц практически одинаковы. И тем не менее вероятность имеет вид, сильно отличающийся от «теплого» с температурой  $T_a$ .

В чем же дело и как объяснить это отличие, если рассматривать этот процесс в равномерно ускоренной системе отсчета. При описании в  $A$ -системе процесс превращения заряженной частицы  $m$ , покоящейся в  $A$ -системе, в другую заряженную частицу  $m'$  связан с по-

глощением риндлеровского кванта с массой  $\mu$  из окружающего «теплого резервуара» таких квантов. При этом поглощаются кванты с риндлеровской энергией, равной  $\Delta E$ . Вероятность этого процесса определяется произведением двух факторов. Первый — это плотность числа частиц риндлеровских квантов с энергией, которая в рассматриваемом случае (при  $|\Delta E| \gg k_B T_a$ ) пропорциональна  $\exp(-\Delta E/k_B T_a)$ . Другой фактор — это вероятность нахождения подобных риндлеровских квантов в точке, где расположена частица. Расчеты показы-

вают, что этот фактор имеет вид  $\sim \exp\left[\left(\frac{\Delta E}{2} - \frac{\mu c^2}{\pi}\right)/k_B T_a\right]$ . В результате вероятность рассматриваемого

процесса, вычисленная в  $A$ -системе, совпадает с результатом расчета в  $I$ -системе. Заметим, что при этом вероятность  $w_{m \rightarrow m'}$  прямого процесса, состоящего в превращении частицы  $m$  в частицу  $m'$ , связана с вероятностью  $w_{m' \rightarrow m}$  обратного процесса соотношением

$$\frac{w_{m \rightarrow m'}}{w_{m' \rightarrow m}} = \exp[(m - m')c^2/k_B T_a],$$

то есть эти вероятности удовлетворяют принципу детального равновесия, причем соответствующая температура равна  $T_a$ .

В общем случае, когда массы начальной и конечной заряженных частиц не обязательно близки друг к другу, а сами частицы имеют импульсы в направлении, ортогональном напряженности электрического поля  $E$ , вероятности как прямого, так и обратного процесса с испусканием нейтрального кванта поля с массой  $\mu$  описываются сложными выражениями. Интересно отметить, что отношение этих вероятностей по-прежнему имеет относительно простой вид и, как показали Никишов и Ритус, записывается как

$$\frac{w_{m \rightarrow m'}}{w_{m' \rightarrow m}} = \frac{m'}{m} \exp\left[\frac{\pi c}{e|E|\hbar} (m^2 c^2 - m'^2 c^2 + p_{\perp}^2 - p'_{\perp}^2)\right].$$

Здесь  $p_{\perp}$  и  $p'_{\perp}$  — компоненты импульсов в направлении, перпендикулярном  $E$  частиц с массой  $m$  и  $m'$  соответственно. Заметим теперь, что частица с массой  $m$  и поперечным импульсом  $p_{\perp}$  в поле  $E$  движется с ускорением  $a = eE(m^2 + p_{\perp}^2)^{1/2}/m^2$ . Ускорения частиц  $m$  и

$m'$  близки друг к другу при выполнении условий  $|m' - m| \ll m$ ,  $p_{\perp} / m \ll 1$ ,  $p'_{\perp} / m' \ll 1$ . В этом приближении заряженные частицы можно рассматривать как своеобразный детектор, движущийся с постоянным ускорением, а прямой переход  $m, p_{\perp} \rightarrow m', p'_{\perp}$  и обратный к нему  $m', p'_{\perp} \rightarrow m, p_{\perp}$  — как изменения состояния этого «детектора». При этом отношение вероятностей прямого и обратного переходов принимает вид

$$\frac{\omega_{m \rightarrow m'}}{\omega_{m' \rightarrow m}} = \exp \left[ \left\{ (m - m') c^2 + \frac{p_{\perp}^2}{2\bar{m}} - \frac{p'_{\perp}{}^2}{2\bar{m}'} \right\} / k_B T_a \right],$$

где  $T_a$  — температура Унру, отвечающая ускорению частиц  $a = eE/\bar{m}$  и  $\bar{m} = (m + m')/2$ . Это соотношение в точности воспроизводит принцип детального равновесия для степеней свободы, связанных с изменением внутренней энергии «детектора»  $mc^2$  и его кинетической энергии  $p_{\perp}^2/2m$ , обусловленной движением детектора относительно  $A$ -системы отсчета.

Резюмируя, подчеркнем, что, хотя описанные выше процессы допускают простую интерпретацию в ускоренной системе отсчета, нет никаких препятствий для изучения их в инерциальной системе отсчета. Более того, эффект деполаризации был именно так и предсказан. Вместе с тем использование описанного выше альтернативного подхода и представлений о свойствах вакуума в ускоренных системах отсчета безусловно полезно при анализе и интерпретации как проведенных, так и будущих экспериментов. Конечно, в каждой конкретной ситуации, когда речь идет о взаимодействии ускоренных частиц с вакуумом, наряду с описанным выше эффектом Унру могут проявляться и другие эффекты, вызванные, например, взаимодействием частицы с ускоряющим полем или переменностью ускорения. При анализе таких ситуаций в ускоренной системе отсчета (впрочем, как и в инерциальной системе отсчета) может потребоваться известная осторожность.

### ВАКУУМ В ОДНОРОДНОМ ГРАВИТАЦИОННОМ ПОЛЕ

С вопросом о свойствах вакуума в равномерно ускоренной системе отсчета тесно связан другой, имеющий фундаментальное значение вопрос: как действует на ва-

куум гравитационное поле? То, что здесь действительно имеется глубокая связь, вытекает из принципа эквивалентности. Формулируя этот принцип в 1907 году в работе, явившейся первой на пути создания общей теории относительности, Эйнштейн писал: «Рассмотрим две системы отсчета  $\Sigma_1$  и  $\Sigma_2$ . Пусть  $\Sigma_1$  движется с ускорением в направлении своей оси  $X$  и ее ускорение (постоянное во времени) равно  $\gamma$ . Предположим, что  $\Sigma_2$  покоится, но находится в однородном гравитационном поле, которое сообщает всем телам ускорение  $-\gamma$  в направлении оси  $X$ .

Как известно, физические законы относительно  $\Sigma_1$  не отличаются от законов, отнесенных к  $\Sigma_2$ ; это связано с тем, что в гравитационном поле все тела ускоряются одинаково. Поэтому при современном состоянии наших знаний нет никаких оснований полагать, что системы отсчета  $\Sigma_1$  и  $\Sigma_2$  в каком-либо отношении отличаются друг от друга, и в дальнейшем мы будем предполагать полную физическую равноценность гравитационного поля и соответствующего ускорения системы отсчета.

Это предположение распространяет принцип относительности на случай равномерно ускоренного прямолинейного движения системы отсчета. Эвристическая ценность этого предположения состоит в том, что оно позволяет заменить однородное поле тяжести равномерно ускоренной системой отсчета, которая до известной степени поддается теоретическому рассмотрению.

Принцип эквивалентности и те вопросы, которые возникают при его применении к квантовым явлениям, мы рассмотрим в следующем разделе, а сейчас распространим описанную ранее схему квантования на случай, когда имеется статическое однородное гравитационное поле.

Мы начнем со следующего замечания. Стандартный элемент длины в пространстве Минковского

$$ds^2 = -c^2 dT^2 + dX^2 + dY^2 + dZ^2$$

в риндлеровских координатах  $x^\mu = (\eta, \rho, y, z)$  принимает вид

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu = -\rho^2 d\eta^2 + d\rho^2 + dy^2 + dz^2.$$

Можно считать, что эта метрика  $g_{\mu\nu}$  описывает статическое однородное гравитационное поле. Действительно,

введем вместо  $\rho$  и  $\eta$  связанные с ними координаты

$$x = \rho - c^2 a^{-1}, \quad \tau = c a^{-1} \eta,$$

в которых эта метрика принимает вид

$$ds^2 = -(1 + ax/c^2)^2 c^2 d\tau^2 + dx^2 + dy^2 + dz^2.$$

Тело, покоящееся под действием каких-то «внешних сил» в точке  $x=0$  ( $\rho = \rho_0 = c^2 a^{-1}$ ), имеет 4-мерное ускорение  $a$ . Поэтому произвольная пробная частица, на которую не действуют никакие силы, движется с ускорением  $g = -a$  относительно выбранного покоящегося тела. В ньютоновском приближении, когда  $|\varphi|/c^2 \ll 1$ ,

$$-g_{00} = 1 - 2\varphi/c^2,$$

где  $\varphi$  — ньютоновский потенциал. Сопоставляя это приближенное выражение с приведенной выше метрикой, можно убедиться, что эта метрика отвечает случаю однородного гравитационного поля в ньютоновском приближении с потенциалом  $\varphi = -g r = gx$ .

Конечно, представление о статическом однородном гравитационном поле в значительной мере является идеализацией. В реальной ситуации, когда имеется статическое гравитационное поле, создаваемое массивным покоящимся телом, гравитационное поле можно считать однородным лишь в ограниченной области, в которой изменение напряженности  $g$  гравитационного поля мало по сравнению с самой напряженностью. Поскольку в приближении слабого поля градиент  $g$  непосредственно связан с кривизной пространства-времени, то сказанное выше можно сформулировать несколько иначе. А именно, статическое гравитационное поле допустимо рассматривать как однородное в области с размером  $l$ , таким, что  $l$  много меньше  $L$  — характерного радиуса кривизны пространства-времени. В такой области метрику статического пространства-времени можно привести к указанному выше виду, при этом частица, которая покоится в координатах  $x, y, z$ , одновременно покоится относительно массивного тела, создающего гравитационное поле.

С описанным выше пробным телом, покоящимся под действием внешних сил в точке  $x=y=z=0$ , в статическом однородном гравитационном поле можно связать жесткую систему отсчета так же, как это было сделано для равномерно ускоренной частицы. А именно, можно

считать, что само пробное тело несет стандартные часы и три жесткие линейки, направленные по осям  $x, y$  и  $z$ , соответственно. Такую систему отсчета будем называть системой отсчета, покоящейся в статическом однородном гравитационном поле, или кратко  $G$ -системой отсчета (от английского gravitational — гравитационный).

В статическом однородном гравитационном поле, как и во всяком другом статическом поле (то есть в поле, описываемом метрикой, не зависящей от времени), выполняется закон сохранения энергии. Для частицы с им-

пульсом  $p^\mu$ , движущейся в таком поле, эта сохраняющаяся величина (энергия) имеет вид  $E = -p_\tau$ . В частном случае, когда частица с массой  $m$  под действием внешних сил покоится в точке  $\rho$ , ее энергия равна  $E = mc^2 \rho / \rho_0$ . Заметим, что, вообще говоря, сохраняющаяся величина, о которой идет речь, определяется с точностью до постоянного множителя. Мы фиксируем этот множитель, полагая, что значение энергии частицы, покоящейся в начале  $G$ -системы отсчета (то есть в точке  $\rho = \rho_0$ ), совпадает с ее полной энергией покоя  $mc^2$ . Отличие энергии, покоящейся в точке  $\rho \neq \rho_0$  частицы от  $mc^2$ , связано с тем, что при перемещении частицы из точки  $\rho_0$  в точку  $\rho$  гравитационное поле совершает работу.

Если в точке  $\rho_0$  помещен источник излучения с собственной частотой  $\omega_0$ , то, как нетрудно убедиться, эффект гравитационного смещения частоты приводит к тому, что принимаемая в другой точке  $\rho$  частота излучения оказывается равной  $\omega = \omega_0 \rho_0 / \rho$ . Описанная выше сохраняющаяся величина (энергия) для такого излучения пропорциональна  $\hbar \omega_0$ .

При построении квантовой теории в статическом гравитационном поле вакуум определяют как состояние с наименьшей энергией  $E$ . Свойства подобного вакуума в частном, но важном случае гравитационного поля статической черной дыры подробно изучались в работах 1975—1976 годов американским физиком Бульваром. Развитые им методы непосредственно распространяются на общий случай произвольного статического гравитационного поля, а вакуумное состояние в таком поле принято теперь называть вакуумом Бульвара. В соответствии с этим мы будем для него использовать обозначение  $|0; B\rangle$ . Состояния квантованного поля, отве-

чающие одночастичным возбуждениям, будем называть бульваровскими квантами, или кратко  $B$ -квантами. Волновые функции, отвечающие бульваровским квантам, характеризуются временной зависимостью вида  $\exp(-i\nu\eta)\Phi_j(x)$ . Такой квант обладает в  $G$ -системе отсчета энергией  $\bar{E} = \hbar g\nu/c$ , где  $g$  — ускорение свободного падения в начале  $G$ -системы. Явное выражение для функции  $\Phi_j(x)$ , определяющей вероятность нахождения кванта в разных точках пространства, зависит от конкретного способа выбора дополнительных квантовых чисел, определяющих состояние кванта с данной энергией.

Формально схема квантования в статическом однородном поле во многом повторяет схему квантования в равномерно ускоренной системе отсчета. Заметим, однако, что вопрос о квантовании в однородном гравитационном поле, так же как и вопрос о реализации  $G$ -системы отсчета, приобретает реальное физическое значение лишь в том случае, когда имеется массивное тело, создающее подобное поле. Конечно же, в реальной ситуации, когда тело имеет хотя бы и большой, но ограниченный размер, приведенная выше метрика однородного гравитационного поля оказывается приближенной, справедливой в области с размером  $l \ll L$ , где  $L$  — характерный радиус кривизны пространства-времени. Поэтому и сами решения, которые зависят от свойств гравитационного поля во всем пространстве, отличаются, вообще говоря, от решений в однородном поле. Важно, однако, что сохраняется характер их зависимости от времени  $\eta$ . Отметим также, что в области с размером  $l$ , где гравитационное поле практически однородно, отличие функций  $\Phi_j(x)$  от аналогичных решений в однородном гравитационном поле мало. Все это, конечно, надо иметь в виду, применяя описанную выше схему квантования в однородном гравитационном поле к тому или иному случаю конкретного статического гравитационного поля. В дальнейшем, не оговаривая более этого явно, мы будем считать, что соответствующие условия, обеспечивающие справедливость приближения однородного гравитационного поля, выполнены.

Наряду с простейшими, описанными выше вакуумными и одночастичными состояниями в однородном гравитационном поле нам в дальнейшем при обсуждении принципа эквивалентности придется иметь дело и с бо-

лее сложными состояниями, в частности с состоянием, отвечающим случаю, когда чернотельное излучение находится в равновесии в статическом однородном поле. Чтобы избежать недоразумений, следует напомнить, что если чернотельное излучение находится в равновесии во внешнем статическом гравитационном поле, то его локальная температура зависит от точки. (Локальная температура в точке — это температура, которую покажет термометр малых размеров, помещенный в эту точку.) Если  $\Theta(\rho)$  — локальная температура в точке  $\rho$ , то в однородном гравитационном поле постоянной оказывается величина  $\rho\Theta(\rho)$ . Величина  $\Theta$ , от которой зависит матрица плотности, описывающая излучение, совпадает с локальной температурой излучения в точке  $\rho_0$  начала отсчета  $G$ -системы, в которой ускорение свободного падения равно  $g$ :  $\rho_0 = c^2/g$ . Локальная температура этого излучения в других точках равна  $\Theta(\rho) = \Theta(\rho_0)/\rho$ .

Одно из значений параметра  $\Theta$ , как мы увидим в дальнейшем, является выделенным. Это значение  $\Theta$ , совпадающее с температурой Унру  $T_g$  для ускорения  $g$ , равного ускорению свободного падения в начале  $G$ -системы. Подобное состояние было впервые описано при исследовании квантовых эффектов в гравитационном поле черных дыр американским физиком Хартлем и английским физиком Хокингом. Оно получило название вакуума Хартля — Хокинга, и его принято обозначать  $|0; H\rangle$ . Подчеркнем, что подобное состояние описывает тепловой газ бульваровских квантов, и в этом смысле использование термина «вакуум» для него довольно условно.

Опишем теперь поведение детектора, покоящегося в однородном гравитационном поле и взаимодействующего с квантованным полем. Мы будем рассматривать детекторы того же вида, что и ранее. Будем считать, что такой детектор обладает дискретными уровнями энергии и после внесения его со всеми необходимыми предосторожностями в гравитационное поле он покоится в начале координат  $G$ -системы отсчета. В результате взаимодействия детектора с квантованным полем он совершает переходы с одного уровня энергии на другой. Процесс перехода с нижнего уровня на верхний сопровождается поглощением  $B$ -кванта. При обратном переходе с верхнего уровня на нижний  $B$ -квант излучается.



Вероятность перехода детектора с уровня  $i$  на уровень  $f$  за единицу собственного времени  $\tau$  в  $G$ -системе равна

$$\omega_{i \rightarrow f} = \alpha^2 |D_{fi}|^2 F(E_{fi} - E_i).$$

Здесь, как ранее,  $\alpha$  — константа, характеризующая взаимодействие квантованного поля со степенями свободы детектора, величины  $|D_{fi}|^2$  определяются строением детектора, а спектральная функция  $F(E)$  зависит лишь от состояния квантованного поля и описывает энергетический спектр его флуктуаций в  $G$ -системе отсчета.

Если кратко резюмировать, то можно сказать, что детектор, покоящийся в статическом гравитационном поле, регистрирует  $B$ -кванты в том же самом смысле, в котором детектор, покоящийся в  $A$ -системе, — риндлеровские кванты ( $R$ -кванты), а детектор, покоящийся в инерциальной системе отсчета, — обычные кванты в пространстве Минковского ( $M$ -кванты). Поэтому очевидно, что в бульваровском вакууме  $|0; B\rangle$  детектор, покоящийся в  $G$ -системе и находящийся в основном состоянии, не возбуждается. Также очевидно (и в этом при желании можно убедиться с помощью расчетов), что равновесное распределение по уровням детектора, покоящегося в  $G$ -системе, в тепловом излучении, описываемом тепловой матрицей плотности с температурой  $\Theta$ , является бoльцмановским с той же самой температурой  $\Theta$ . То есть такой детектор действительно является термометром.

## ПРИНЦИП ЭКВИВАЛЕНТНОСТИ ДЛЯ КВАНТОВЫХ ЯВЛЕНИЙ

При обсуждении и сравнении поведения детекторов, покоящихся в равномерно ускоренной системе отсчета и в статическом однородном гравитационном поле, мы, по сути дела, вплотную сталкиваемся с вопросом о применимости принципа эквивалентности к явлениям, для которых существенна их квантовая природа. В том, что этот вопрос отнюдь не тривиален, можно убедиться, если сравнить поведение двух детекторов, один из которых движется равномерно ускоренно в вакууме, а второй покоится вблизи холодного массивного тела (скажем, вблизи поверхности холодной нейтронной звезды).

Их поведение различно. Первый из детекторов возбуждается и «регистрирует» температуру  $T_a$ , второй остается невозбужденным. Это различие в поведении детекторов сохраняется и в том случае, когда величина ускорения свободного падения  $g$  в точке, где покоится второй детектор, совпадает с величиной ускорения  $a$  первого детектора. Но именно одинаковость поведения двух таких детекторов (покоящегося в однородном гравитационном поле и равномерно ускоренного) провозглашает принцип эквивалентности. Означает ли приведенный пример, что принцип эквивалентности несправедлив для квантовых явлений?

Чтобы избежать недоразумений, ответим сразу: нет, не означает. Все дело в том, что возникшее кажущееся противоречие связано не с нарушением принципа эквивалентности, а с недостаточно аккуратным его применением.

Совпадение законов физики в системах отсчета  $A$  и  $G$ , о котором идет речь в приведенной выше формулировке Эйнштейна принципа эквивалентности, означает, в частности, что временная эволюция физических объектов в этих системах отсчета  $A$  и  $G$  будет одинаковой, но только в том случае, если начальные и граничные условия в них выбираются одинаковым образом<sup>6</sup>. В рассматриваемом нами случае физическая система («объект») состоит из детектора и квантованного поля, с которым детектор взаимодействует. В обеих системах ( $A$  и  $G$ ) состояние детектора выбрано одинаковым: детектор находится в низшем, невозбужденном состоянии. Причина неодинаковости поведения детекторов, приводящей к кажущемуся нарушению принципа эквивалентности, состоит в том, что состояния квантованного поля в  $A$ - и  $G$ -системах «не одинаковы» и не соответствуют друг другу.

Чтобы проиллюстрировать, что принцип эквивалентности выполняется в том случае, когда гарантирована одинаковость (соответствие) состояний всей системы, включая и квантованное поле, в  $A$ - и  $G$ -системах отсчета, рассмотрим несколько мысленных экспериментов.

<sup>6</sup> В этом отношении принцип эквивалентности аналогичен принципу относительности, который гарантирует одинаковое поведение одинаковых физических объектов в двух различных инерциальных системах отсчета. При этом всегда подразумевается, что начальные и граничные условия в обоих случаях идентичны.

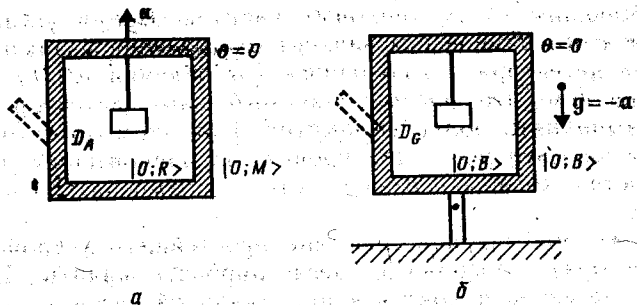


Рис. 5. До открытия «дверок» идентичные детекторы  $D_A$  и  $D_G$  покоящиеся в изолированных ящиках, один из которых движется равномерно ускоренно (с ускорением  $a$  — рис. 5, а), а другой покоится в однородном гравитационном поле (в точке, где ускорение свободного падения  $g = -a$ , рис. 5, б), ведут себя одинаковым образом — не возбуждаются

Эти мысленные эксперименты позволяют нам заодно выяснить, какие состояния квантованного поля в  $A$ - и  $G$ -системах следует считать «соответствующими».

Пусть в  $I$ -системе имеются два покоящихся изолированных ящика с зеркальными (то есть полностью отражающими кванты поля) стенками, в каждом из которых закреплен («подвешен») неподвижный относительно них детектор. Чтобы обеспечить одинаковый выбор начальных условий, предположим, что в обоих ящиках состояние квантованного поля вакуумное, то есть отсутствуют реальные кванты (фотоны), с которыми могут взаимодействовать детекторы, а сами детекторы находятся в основном состоянии. Подчеркнем, что в рассматриваемой ситуации положительно-частотные волновые функции  $\exp(-i\omega T \Phi_j(X))$ , по которым ведется разложение квантованного поля внутри ящиков, отличаются от использовавшихся ранее волновых функций в полном пространстве Минковского, поскольку граничные условия, которым удовлетворяют  $\Phi_j(X)$ , различны. В частности, уровни энергии фотонов в ящиках квантованы. Вакуумом по-прежнему называется состояние с наименьшей энергией в системе отсчета, где ящики покоятся. Для него будет использоваться прежнее обозначение  $|0; M\rangle$ . Возбужденные состояния описывают один или несколько фотонов, «запертых внутри ящиков». Если стенки ящиков сделать прозрачными, фото-

ны, запертые в них, вылетают наружу и состояние поля внутри ящиков изменяется. Этого не происходит, если внутри ящиков фотонов нет. Вакуум внутри ящиков и вакуум снаружи находятся в равновесии, и в этом смысле оправдано использование обозначения  $|0; M\rangle$  для вакуума внутри ящиков.

Очевидно, что пока ящики покоятся, детекторы в них не возбуждаются. Теперь один из ящиков приведем в состояние равномерно ускоренного (с ускорением  $a$ ) движения, а другой поместим в однородное гравитационное поле в точку, где ускорение свободного падения равно  $g = -a$  (рис. 5). Конечно, в обоих случаях переход системы в новое состояние связан с действием на нее сил, зависящих от времени. Однако если процесс происходит достаточно медленно, так что для его описания можно использовать адиабатическое приближение, то можно показать, что детекторы по-прежнему будут находиться в основном состоянии. В одном случае — это состояние, низшее по риндлеровской энергии, в другом — состояние, низшее по энергии с учетом работы сил гравитации. Что касается состояний квантованного поля, то внутри ящика, покоящегося в  $A$ -системе, оно совпадает с вакуумом Риндлера  $|0; R\rangle$ , а внутри «ящика», покоящегося в  $G$ -системе, — с вакуумом Бульвара  $|0; B\rangle$ .

Последнее утверждение требует некоторых разъяснений. Из-за граничных условий на поверхности ящиков волновые функции квантованного поля внутри ящиков, покоящихся в  $A$ - и  $G$ -системах отсчета, отличаются от аналогичных функций в пустом пространстве. Важно, однако, что эти волновые функции характеризуются временной зависимостью вида  $\exp(-i\nu\eta)$ , где  $\tau = ca^{-1}\eta$  — собственное время в системе отсчета, где ящик покоится. Состояния в ящиках, которые мы обозначили  $|0; R\rangle$  и  $|0; B\rangle$ , выделяются тем свойством, что для них риндлеровская энергия (в случае  $|0; R\rangle$ ) или энергия в однородном гравитационном поле (в случае  $|0; B\rangle$ ) квантованного поля минимальна<sup>7</sup>. Если стенки ящиков сделать прозрачными, то эти состояния будут находиться

<sup>7</sup> В предельном случае, когда размеры равномерно ускоренного «ящика» выбраны неограниченно большими, так что в нем заключено все пространство, описываемое в  $A$ -системе отсчета, состояние  $|0; R\rangle$  внутри «ящика» совпадает с риндлеровским вакуумом в  $A$ -системе. Напомним, что подобный предельный переход мы уже рас-

в равновесии с вакуумом  $|0; R\rangle$  и  $|0; B\rangle$  соответственно в окружающем пространстве в том же самом смысле, как это имеет место для вакуума  $|0; M\rangle$  в  $I$ -системе отсчета.

Очевидно, что детекторы в обеих описанных выше ситуациях (ускоренный ящик и ящик, покоящийся в  $G$ -системе) ведут себя одинаково — не возбуждаются, что находится в согласии с принципом эквивалентности. При этом одинаково приготовленными (соответствующими) состояниями в  $A$ - и  $G$ -системах оказываются вакуумы  $|0; R\rangle$  и  $|0; B\rangle$ .

Если равномерно ускоренный ящик движется в пустом пространстве, то состояние поля внутри него вообще не совпадает с  $|0; M\rangle$  в окружающем пространстве Минковского. Поэтому, если нарушить изолированность ящика (например, открыв в его стенке «дверцу»), состояние поля внутри ящика начнет перестраиваться и в конце концов придет в равновесие с окружающим состоянием  $|0; M\rangle$ . Конечно, в этом процессе могут излучаться реальные кванты поля, но мы будем считать, что они уходят на бесконечность и не изменяют состояние поля вблизи ящика. В результате изменения состояния в ускоренном ящике детектор в  $A$ -системе начнет возбуждаться, в то время как в  $G$ -системе детектор по-прежнему не возбуждается даже после открытия «дверцы» в ящике, помещенном вблизи холодной (при  $\Theta=0$ ) нейтронной звезды. Понятно, что различие поведения детекторов в этих двух ситуациях не противоречит принципу эквивалентности и обусловлено тем, что квантованное поле находится в двух различных (не соответствующих друг другу) состояниях.

То, что в процессе адиабатического ускорения ящика состояние квантованного поля остается вакуумным  $|0; R\rangle$ , представляется довольно естественным, если рассмотрение проводится в  $A$ -системе отсчета, сопутствующей ускоряемому ящику. Интересен вопрос: как объяснить в инерциальной системе отсчета отличие конечного состояния внутри ускоряемого ящика (до открытия в нем «дверцы») от исходного состояния

сма тривали ранее, когда обсуждали, как «приготовить» риндлеровский вакуум. Если отвлечься от возможной неоднородности статического гравитационного поля, то имеется аналогичная связь между вакуумом в однородном гравитационном поле и вакуумом  $|0; B\rangle$  внутри «ящика» предельно больших размеров.

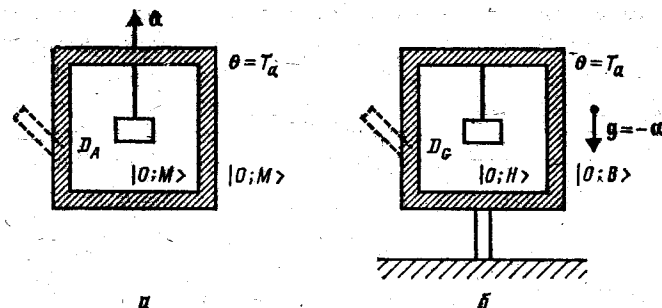


Рис. 6. Детектор  $D_A$  (покоящийся в  $A$ -системе) и детектор  $D_G$  (покоящийся в  $G$ -системе) ведут себя одинаково (возбуждаются) и в том случае, если стенки изолированных «ящиков», в которые они помещены, нагреты до одинаковой температуры  $T_a$ .

$|0; M\rangle$ . Этот вопрос был проанализирован Унру и Уолдом в 1982 году, и ответ на него сводится к следующему. Как уже упоминалось выше, зеркальная поверхность, движущаяся с ускорением в инерциальной системе отсчета, является источником квантового излучения. Если бы ускорения передней и задней стенок ящика совпали, то потоки «излучения» от них внутри ящика в точности гасили бы друг друга. Однако поскольку ящик жесткий, то передняя (по направлению ускорения) его стенка всегда движется с меньшим ускорением, чем задняя, и поэтому подобной компенсации их «излучения» не происходит. В результате состояние квантованного поля внутри ящика будет отличаться от  $|0; M\rangle$ .

Рассмотренный выше мысленный эксперимент можно слегка модифицировать. А именно, будем считать, что температура стенок обоих ящиков по мере увеличения  $a$  и  $g=-a$  также возрастает, причем так, что все время выполняется равенство  $\Theta = T_a = \hbar a / 2\pi k_B c$  (рис. 6). Для системы внутри этих ящиков последние, по сути дела, представляют собой термостаты. В соответствии с этим детекторы в обоих ящиках (как в равномерно ускоренном, так и в покоящемся в  $G$ -системе) в конечном состоянии будут возбуждаться и регистрировать одну и ту же температуру  $T_a$ . Принцип эквивалентности снова выполняется.

Заметим теперь, что состояние поля в ящике, который покоится в  $G$ -системе, описывается тепловой матри-

цей плотности, причем газ  $B$ -квантов имеет температуру  $T_g = \hbar g / 2\pi k_{\text{вс}}$ . Напомним, что такое состояние называется вакуумом Хартля—Хокинга и обозначается  $|0; H\rangle$ . С другой стороны, состояние поля внутри равномерно ускоренного ящика описывается тепловой матрицей плотности риндлеровских квантов с температурой  $T_a = g$ . Можно показать, что после открытия «дверцы» в ящике это «излучение» приходит в равновесие с окружающим квантованным полем в состоянии  $|0; M\rangle$ . Это связано с тем, что, как мы знаем, вакуум  $|0; M\rangle$  в  $A$ -системе отсчета представляет собой тепловой газ  $R$ -квантов с температурой  $T_a$ . Иными словами, внутри ускоренного ящика с нагретыми стенками квантованное поле находится в состоянии  $|0; M\rangle$ . Сказанное означает, что состоянию  $|0; M\rangle$  в  $A$ -системе отсчета отвечает (в смысле, диктуемом принципом эквивалентности) состояние  $|0; H\rangle$  в  $G$ -системе.

В рассмотренных выше случаях предполагалось, что стенки ящика обеспечивают полную изоляцию от окружающего мира<sup>8</sup>. Эти граничные условия позволяют гарантировать одинаковость состояний квантованного поля внутри ящиков. Конечно же, детекторы ведут себя одинаково и в том случае, когда стенки ящиков полностью прозрачны для квантованного поля, если только при этом вне ящиков выбраны соответствующие друг другу состояния поля (рис. 7). Эти правила соответствия для основных рассмотренных выше состояний, очевидно, имеют следующий вид:

Состояния в $A$ -системе		Состояния в $G$ -системе
$ 0; R\rangle$	$\leftrightarrow$	$ 0; B\rangle$
$ 0; M\rangle$	$\leftrightarrow$	$ 0; H\rangle$

В более общих случаях состоянию в  $A$ -системе с заданным распределением  $R$ -квантов отвечает в  $G$ -системе состояние с идентичным распределением  $B$ -квантов.

Мы рассмотрели поведение детекторов, покоящихся (закрепленных) относительно ящиков. Можно убедиться, что детекторы будут вести себя одинаково и в дру-

<sup>8</sup> Конечно, такую идеализированную постановку задачи нельзя реализовать ни в каких экспериментах. На самом деле, очевидно, достаточно, чтобы стенки ящика были непрозрачны лишь для тех частот, которые определяют переходы детектора.

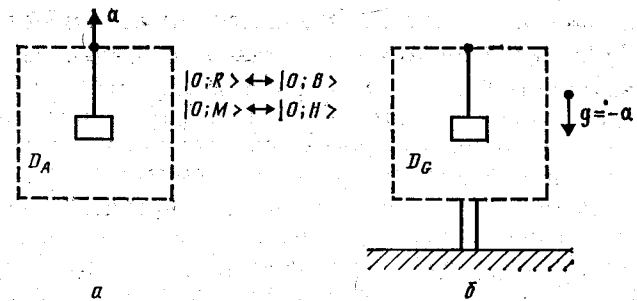


Рис. 7. Поведение детекторов  $D_A$  (покоящегося в  $A$ -системе, а) и  $D_G$  (покоящегося в  $G$ -системе, б), заключенных в ящик с прозрачными стенками, идентично при условии, что состояния квантованного поля в  $A$ - и  $G$ -системах выбираются соответствующим образом

гих ситуациях (например, при свободном падении в ящике), если только идентичен выбор их начальных состояний и состояний поля.

Итак, в рассмотренных выше простых мысленных экспериментах принцип эквивалентности выполнен. Заметим, что при нашем теоретическом анализе мы опирались на тот факт, что уравнения, которыми описываются квантованные поля, имеют одинаковый вид в  $A$ - и  $G$ -системах, если только координаты в них выбираются соответствующим образом. Этот факт, как, впрочем, и сам вопрос о выполнимости принципа эквивалентности для квантовых явлений, в конечном счете должен являться предметом экспериментальной проверки в той же мере, в которой необходима экспериментальная проверка принципа эквивалентности для явлений, описываемых классической физикой. Приведенное выше рассмотрение показывает, что для квантовых явлений при такой проверке необходимо обеспечить одинаковость состояний квантованного поля, с чем могут быть связаны дополнительные трудности. Само собой разумеется, что все сказанное выше относится не только к детекторам, рассмотренным в качестве простейшего примера, но и в равной степени к любым другим системам, взаимодействующим с квантованным полем.

Имеется, однако, другая сторона вопроса, а именно большая эвристическая ценность принципа эквивалентности. Эйнштейн, в частности, подчеркивал: «Пока мы

ограничиваемся чисто механическими явлениями, для которых справедлива механика Ньютона, мы уверены в равноценности систем  $K$  и  $K'$ <sup>9</sup>. Однако представление наше будет достаточно глубоким только в том случае, если системы  $K$  и  $K'$  окажутся равноценными относительно всех физических явлений, т. е. если законы природы, по отношению к системе  $K$  полностью совпадут с законами природы по отношению к системе  $K'$ . Приняв это, мы получаем принцип, имеющий большое эвристическое значение, если он действительно справедлив».

Продemonстрируем, как, используя этот принцип, устанавливающий связь между явлениями, происходящими в  $A$ - и  $G$ -системах отсчета, можно прийти к выводу о тепловом характере вакуума  $|0; M\rangle$  в равномерно ускоренной системе отсчета. С этой целью рассмотрим газ скалярных безмассовых квантов (или любых других квантов, которые мы для простоты будем называть фотонами), находящийся в статическом однородном гравитационном поле. Мы будем считать, что этот газ фотонов находится в равновесии. Такое равновесие устанавливается, например, даже из-за очень слабого взаимодействия фотонов. Согласно общим принципам статистической физики подобное равновесное состояние описывается тепловой матрицей плотности и характеризуется в заданной  $G$ -системе отсчета параметром температуры  $\Theta$ . В отсутствие внешнего гравитационного поля плотность энергии  $\epsilon$  и давление  $p$  для такого излучения имеют вид

$$\epsilon = 3p = \sigma\Theta^4, \quad \sigma = \pi^2 k^4 / 30 \hbar^3 c^3.$$

(Для реальных фотонов, у которых имеются два состояния поляризации, величины  $\epsilon$  и  $p$  соответственно вдвое больше.) Если тепловой газ фотонов находится в однородном гравитационном поле, то соотношение между  $\epsilon$  и  $p$  сохраняется ( $\epsilon = 3p$ ), однако каждая из этих величин уже не постоянна и является функцией точки. Зависимость  $\epsilon$  и  $p$  от координаты  $\rho$  имеет вид

$$\epsilon(\rho) = 3p(\rho) = \sigma[\Theta(\rho)^4 - T_{g(\rho)}^4],$$

где  $\Theta(\rho) = \Theta\rho_0/\rho$  — локальная температура газа в точке  $\rho$ ,  $T_{g(\rho)}$  — температура Унру, отвечающая  $g(\rho) =$

<sup>9</sup> Система  $K$  — покоящаяся в однородном гравитационном поле, а  $K'$  — равномерно ускоренная. Мы используем для них обозначения  $G$  и  $A$  соответственно (прим. автора).

$= g\rho_0/\rho$  (ускорению свободного падения в точке  $\rho$ ). Мы считаем, что ускорение  $G$ -системы, то есть ускорение свободного падения в начале  $G$ -системы, равно  $g$ . То, что плотность энергии и давление газа фотонов зависят от локальной температуры, представляется достаточно естественным. Некоторых объяснений требует появление дополнительного члена, вообще не зависящего от температуры газа и определяемого лишь характеристиками гравитационного поля. Дело в том, и мы уже неоднократно подчеркивали это, что, хотя распределение плотности числа  $B$ -квантов по энергиям имеет стандартный вид теплового бозе-распределения, волновые функции этих квантов отнюдь не плоские волны. Поэтому вклад в плотность энергии и давления таких квантов зависит, в частности, от вероятности нахождения этих квантов в точке  $\rho$ , то есть от величины, в свою очередь, зависящей от характеристик гравитационного поля. Это приводит к зависимости  $\epsilon(\rho)$  и  $p(\rho)$  от  $g$ . Приведенный выше конкретный вид зависимости этих величин от  $g$  характерен лишь для скалярного безмассового поля. Для полей других спинов, в том числе и для реальных фотонов, эта зависимость имеет несколько иной вид. Общим, однако, является тот факт, что в случае, когда отсутствует однородность (например,  $\Theta(\rho)$  зависит от точки и (или) имеется внешнее поле), известный закон Стефана — Больцмана  $\epsilon \sim \Theta^4$ , вообще говоря, модифицируется.

В рассматриваемом нами конкретном примере величины  $\epsilon(\rho)$  и  $p(\rho)$  отличны от нуля даже при  $\Theta = 0$ , то есть в состоянии вакуума Бульвара. Это явление носит название поляризации вакуума внешним гравитационным полем. Связано оно с тем, что под действием внешнего поля вакуумные нулевые колебания несколько изменяются и их характеристики становятся отличными от характеристик обычных нулевых колебаний в пространстве Минковского (в вакууме  $|0; M\rangle$ ).

Обратим теперь внимание на следующее свойство теплового газа фотонов в однородном гравитационном поле. Хотя в общем случае при произвольной температуре  $\Theta$  свойства такого газа (в частности, его плотность энергии и давление) изменяются от точки к точке, имеется одно важное исключение. А именно в случае, когда температура  $\Theta$  совпадает с температурой Унру  $T_g$ , то есть в состоянии вакуума Хартля — Хокинга

$|0; H\rangle$ , величины  $\epsilon(\rho)$  и  $p(\rho)$  тождественно обращаются в нуль во всех точках. Это свойство оказывается общим: При температуре Унру происходит тождественная компенсация вкладов в плотность энергии и давление, связанных с температурой и с поляризацией вакуума для всех квантованных (не обязательно даже безмассовых) полей. Рассматривая другие более детальные характеристики квантованного поля, можно убедиться, что и они в состоянии  $|0; H\rangle$  не зависят от точки. Иными словами, это состояние характеризуется более высокой пространственно-временной симметрией, чем состояния с отличной от  $T_g$  температурой. Более глубокий анализ показывает, что группа симметрий, о которой идет речь, совпадает с группой Пуанкаре.

Рассмотрим теперь состояние квантованного поля в  $A$ -системе, соответствующего (в смысле принципа эквивалентности) состоянию  $|0; H\rangle$  в  $G$ -системе. Если считать, что принцип эквивалентности выполняется, то все свойства рассматриваемой физической системы в таком состоянии идентичны свойствам этой же системы в состоянии  $|0; H\rangle$  в  $G$ -системе. В частности, это относится и к описанным выше свойствам симметрии. Но мы знаем, что в отсутствие гравитационного поля единственным пуанкаре-инвариантным состоянием является вакуум  $|0; M\rangle$  пространства Минковского. Поэтому состояние, отвечающее  $|0; H\rangle$  в описанном выше смысле, совпадает с  $|0; M\rangle$ . С другой стороны, состояние  $|0; H\rangle$  в  $G$ -системе характеризуется тепловым (с температурой  $T_g$ ) распределением  $B$ -квантов. Следовательно, отвечающее ему состояние характеризуется в  $A$ -системе тепловым распределением  $R$ -квантов. Тем самым, используя принцип эквивалентности, можно прийти к выводу о том, что обычный вакуум  $|0; M\rangle$  в равномерно ускоренной системе отсчета должен проявлять тепловые свойства, причем соответствующая температура совпадает с температурой Унру.

Интересно отметить, что описанное свойство пуанкаре-инвариантности теплового газа с температурой  $T_g$  в однородном гравитационном поле приводит к ряду необычных свойств этого газа. Для обычного теплового газа существует система отсчета, в которой газ как целое покоится. Всякое равномерное и прямолинейное движение относительно такой системы отсчета приводит к вполне наблюдаемым эффектам, связанным с по-

явлением потоков газа. Для теплового газа в состоянии  $|0; H\rangle$  это не так. Например, если система  $G'$  движется с постоянной скоростью относительно  $G$  в направлении, перпендикулярном ускорению, все свойства этого газа идентичны в обеих системах. Это оказывается возможным благодаря той близости свойств тепловых  $B$ -квантов и нулевых колебаний в однородном гравитационном поле, которая делает возможным полное погашение обусловленных ими эффектов.

## ГРАВИТАЦИЯ, ТЕРМОДИНАМИКА И КВАНТОВОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ ЧЕРНЫХ ДЫР

В 1974 году английский физик Хокинг показал, что вакуум в гравитационном поле черной дыры неустойчив. Рождение частиц в таком поле приводит к появлению потока излучения от черной дыры. При этом оказалось, что спектр и другие характеристики этого излучения имеют тепловой вид. Температура излучения, измеряемая наблюдателем, находящимся вдали от черной дыры, равна

$$T_\infty = \hbar\kappa/2\pi k_B c.$$

Параметр  $\kappa$ , имеющий размерность ускорения и называемый поверхностной гравитацией черной дыры, связан с массой  $M$  черной дыры соотношением  $\kappa = GM/R_g^2 = c^4/4GM$ . (Величина  $R_g = 2GM/c^2$ , называемая гравитационным радиусом, определяет размер черной дыры.) Обращает на себя внимание как сам факт появления температуры, так и то, что эта температура формально совпадает с температурой Унру для величины ускорения  $a = \kappa$ . Все это указывает на то, что имеется глубокая связь между описанными выше свойствами вакуума в равномерно ускоренной системе отсчета и эффектом Хокинга. Постараемся подробнее проследить эту связь.

Напомним сначала, по необходимости кратко, о некоторых свойствах черных дыр<sup>10</sup>. Черные дыры — это компактные массивные объекты, обладающие столь сильным гравитационным полем, что никакие физические тела, никакие сигналы не могут вырваться из них

<sup>10</sup> Более подробно о черных дырах и, в частности, о квантовых эффектах в них можно прочитать в работах, ссылки на которые приведены в конце брошюры.

наружу. Черные дыры возникают при сжатии тел с массой  $M$  до размеров порядка гравитационного радиуса, отвечающего этой массе. Уединенная черная дыра быстро становится стационарной, и ее свойства определяются лишь массой и угловым моментом сколлапсировавшего тела. Черная дыра может обладать также и электрическим зарядом, однако обычно он весьма мал, и мы не будем его рассматривать.

Если угловой момент у черной дыры отсутствует, то и она сама, и создаваемое ею гравитационное поле сферически симметричны. Метрика Шварцшильда, описывающая это поле, имеет вид

$$ds^2 = -\alpha^2(r) c^2 dt^2 + \alpha^{-2}(r) dr^2 + r^2 (d\theta + \sin^2\theta d\varphi^2),$$

где  $\alpha^2(r) = 1 - R_g/r$  и  $R_g = 2GM/c^2$  — гравитационный радиус. Систему отсчета, в которой записана метрика, можно реализовать с помощью пробных тел, покоящихся вне черной дыры. Она является жесткой, и ее можно использовать вплоть до поверхности черной дыры  $r = R_g$ . Для описания процессов, происходящих как на самой поверхности черной дыры, так и внутри нее, необходимо использовать нежесткие, деформируемые (например, свободные падающие) системы отсчета, связанные с пробными телами, падающими внутри черной дыры. В подобных падающих системах отсчета геометрия пространства-времени вблизи  $r = R_g$  регулярна.

Энергия частицы с массой  $m$ , покоящейся вне черной дыры в точке  $r$ , равна  $E = mc^2 \alpha(r)$ . Если частица находится внутри черной дыры, то ее полная энергия (с учетом работы гравитационного поля) может быть отрицательной. Эта особенность гравитационного поля черной дыры приводит к тому, что вакуум в нем неустойчив и происходит рождение пар частиц. В таких процессах одна из рождаемых частиц всегда рождается внутри черной дыры, а другая может вылетать к отдаленному наблюдателю. Этот квантовый эффект получил название эффекта Хокинга. Особенностью этого эффекта является то, что возникающее на бесконечности квантовое излучение обладает тепловыми свойствами и характеризуется температурой  $T_*$ .

Тепловой характер излучения черной дыры означает, в частности, что если черную дыру заключить в термо-

стат достаточно больших размеров, температура которого совпадает с температурой  $T_*$  черной дыры, то такая система будет находиться в равновесии<sup>11</sup>. Поток хокинговского излучения от черной дыры в точности компенсируется аккрецией излучения, заключенного в термостате, на черную дыру. Как уже отмечалось выше, локальная температура равновесного теплового излучения в статическом гравитационном поле зависит от точки.

Можно показать, что в рассматриваемом нами случае эта зависимость имеет вид

$$\Theta(r) = \alpha^{-1}(r) T_*,$$

где  $\alpha(r) = (1 - 2GM/c^2r)^{1/2}$ , а  $M$  — масса черной дыры. Величина  $\alpha$  определяет величину красного смещения сигнала при распространении его в гравитационном поле черной дыры. Именно если в точке  $r$  излучается волна, частота которой по часам наблюдателя, покоящегося в этой точке, равна  $\omega$ , то по часам наблюдателя на бесконечности частота этой волны равна  $\alpha(r)\omega$ . Поверхности черной дыры отвечает значение  $r = R_g \equiv 2GM/c^2$ . На поверхности черной дыры  $\alpha = 0$ , и в соответствии с этим локальная температура равновесного излучения вблизи этой поверхности неограниченно растет. Если в точку  $r$  внести термометр малых размеров, то он зарегистрирует температуру  $\Theta(r)$ . В качестве такого термометра можно использовать, например, описанный выше детектор. В результате взаимодействия детектора с тепловой баней его распределение по уровням энергии примет тепловой вид, то есть вероятность нахождения детектора на уровне с энергией  $E$  окажется пропорциональной величине  $\exp(-E/k_B\Theta(r))$ .

Для того чтобы некоторая пробная частица покоилась в гравитационном поле черной дыры в точке  $r$ , на нее должна действовать внешняя сила. Можно показать, что вызываемое этой силой ускорение равно  $g(r) = \alpha^{-1}(r) GM/r^2$ . Именно с таким ускорением падают в этой точке  $r$  относительно покоящейся («закрепленной») частицы любые другие свободные пробные тела. Нетрудно убедиться, что при приближении точки  $r$  к границе черной дыры  $r \rightarrow R_g$  ускорение свободного падения  $g(r)$  так же, как и локальная температура  $\Theta(r)$ ,

<sup>11</sup> Это равновесие, вообще говоря, не является устойчивым.

неограниченно растет. При этом с всевозрастающей точностью выполняется равенство  $\Theta(r) = Tg(r)$ , где  $Tg(r)$  — температура Унру, отвечающая ускорению  $g(r)$ . Этот результат означает, что в малой окрестности вблизи поверхности черной дыры, где гравитационное поле можно считать однородным, рассматриваемое состояние квантованного поля излучения фактически совпадает с вакуумом  $|0; H\rangle$ <sup>12</sup>.

Если проследить более детально за движением  $B$ -квантов в однородном гравитационном поле, то можно убедиться, что все они (за исключением квантов, движущихся строго в направлении оси  $x$ ) удаляются от горизонта лишь на конечное расстояние, а затем начинают падать обратно. Типичная картина движения такого  $B$ -кванта изображена на рис. 8. Причина такого движения очевидна: на кванты действует гравитационное поле. Гравитационный потенциал в случае однородного поля достаточно быстро растет при увеличении  $\rho$ , что и обеспечивает «запирание»  $B$ -квантов.  $B$ -кванты поэтому не выходят на бесконечность, и в соответствии с этим их волновые функции быстро убывают при возрастании  $\rho$ . Можно сказать, что в рассматриваемой ситуации мы сталкиваемся со своеобразным гравитационным удержанием (конфайнментом). В состоянии  $|0; H\rangle$  имеется тепловой поток  $B$ -квантов от горизонта  $\rho=0$ , который после отражения от гравитационного потенциального барьера приводит к появлению обратного потока. При этом в целом ситуация оказывается равновесной, а локальная температура излучения в точке с ускорением  $g$  равна  $T_g$ .

Чем отличается от случая однородного гравитационного поля ситуация, когда имеется черная дыра в равновесии с тепловым излучением, заключенным в термостате? Основное отличие связано с тем, что гравитационный потенциал черной дыры на больших расстояниях остается ограниченным ( $\varphi \simeq -GM/r$ ). Поэтому тепловые

<sup>12</sup> Следует отметить, что в упоминавшейся ранее работе Хартля и Хокинга исследовалось именно это состояние равновесия теплового излучения в поле черной дыры, которое позднее и получило название вакуума Хартля — Хокинга. Приведенное здесь рассмотрение показывает, что определявшееся ранее состояние  $|0; H\rangle$  действительно является своеобразным предельным случаем вакуума Хартля — Хокинга.

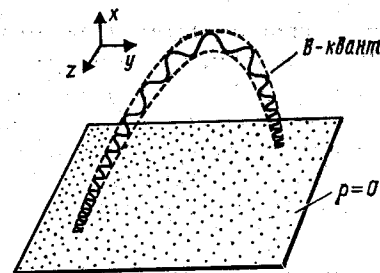


Рис. 8. На рисунке изображено движение волнового пакета, описывающего  $B$ -квант в однородном гравитационном поле

$B$ -кванты, «испускаемые» черной дырой, частично вылетают наружу к отдаленному наблюдателю. Этот поток, однако, полностью компенсируется потоком внутрь черной дыры из-за аккреции на нее излучения, заключенного в термостате.

Для того чтобы выполнялось условие термодинамического равновесия, необходимо, чтобы температура потока излучения  $B$ -квантов вдали от черной дыры совпадала с температурой термостата. В области, лежащей в непосредственной близости от поверхности черной дыры, температура  $B$ -квантов, излучаемых черной дырой, равна  $\alpha^{-1}(r)T_x$ . При удалении излучения от черной дыры работа гравитационного поля приводит к уменьшению энергии и, следовательно, частоты  $B$ -квантов. Соответствующий фактор, описывающий красное смещение, равен  $\alpha(r) = (1 - 2GM/c^2r)^{1/2}$ . Поэтому для выполнения условия равновесия необходимо, чтобы температура термостата равнялась  $T_x$ . В случае, если термостата нет, то есть имеется черная дыра в пустом пространстве, поток на нее извне обращается в нуль и имеется лишь выходящий поток  $B$ -квантов, температура которого, измеренная удаленным наблюдателем, в точности равна  $T_x$ . Если учесть, что в области, где гравитационное поле отсутствует,  $B$ -кванты совпадают с обычными  $M$ -квантами, то есть являются обычными частицами (реальными фотонами), то сказанное выше означает, что черная дыра является источником теплового излучения с температурой  $T_x$ .

Иначе говоря, хокинговское излучение является своеобразным проявлением тепловой атмосферы  $B$ -квантов, которая имеется вблизи поверхности черной дыры. Эта атмосфера реальна в том смысле, что детектор, покоящийся около черной дыры, ее «чувствует» и, регистри-



руя  $B$ -кванты, совершает переходы с уровня на уровень. С другой стороны, как мы знаем, в состоянии  $|0; N\rangle$  неограниченный рост температуры при приближении к горизонту  $\rho=0$  не приводит к соответствующему росту плотности энергии и давления «газа»  $B$ -квантов. Более того, в однородном поле эти величины просто равны нулю. Принцип эквивалентности гарантирует, что и вблизи черной дыры плотность энергии и давление «тепловой атмосферы» остаются конечными. Их отличие от нуля обусловлено лишь эффектами, связанными с неоднородностью гравитационного поля, и определяется значением кривизны пространства-времени.

Подчеркнем, что описанная выше картина представлена с точки зрения наблюдателей, покоящихся в  $G$ -системе отсчета. Читатель уже не должен удивляться тому, что описание тех же самых явлений в системах отсчета, ускоренно движущихся по отношению к  $G$ -системе, радикально отличается. Так, свободно падающий на черную дыру наблюдатель вообще не регистрирует никаких квантов «тепловой атмосферы». Сказанное становится понятным, если учесть, что система отсчета такого наблюдателя близка к инерциальной, а состоянию  $|0; N\rangle$  в такой системе отвечает обычный вакуум Минковского  $|0; M\rangle$ .

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Итак, подведем некоторые итоги. В современной физике, как, может, в несколько менее явной форме и в более ранних физических теориях, особую роль играет одно из возможных состояний системы. Это — вакуумное состояние. Обладая низшей допустимой энергией, оно, в определенном смысле, является простейшим: в нем отсутствуют долгоживущие возбуждения (реальные частицы). Однако даже такое простейшее состояние «устроено» довольно сложно. В полной мере это проявляется при описании квантовых эффектов.

В частности, совсем не тривиальным оказался вопрос: как проявляет себя физический вакуум в движущихся системах отсчета? Хотя свойства вакуума не изменяются при переходе в любую другую инерциальную систему отсчета, подобная инвариантность исчезает, как только рассматривают переход в ускоренную систему

отсчета. В равномерно ускоренной системе отсчета подобный вакуум проявляет тепловые свойства. Величина возникающей при этом эффективной температуры не зависит от конкретного варианта квантовой теории. Эта удивительная универсальность, на наш взгляд, непосредственно связана с таким глубоким физическим принципом, как принцип эквивалентности. Изучение свойств вакуума в ускоренной системе отсчета помогает понять, какое действие на него оказывает гравитационное поле. Так, явление квантового испарения черных дыр в известном смысле связано с тепловым характером вакуума в ускоренной системе отсчета.

Хотя некоторые из описанных эффектов, в частности появление температуры в ускоренной системе, в принципе допускают экспериментальную проверку на существующих и строящихся ускорителях, на наш взгляд, главный интерес вопросов, обсуждавшихся в брошюре, все-таки связан с другим.

Для относительно простых систем удастся проследить общую довольно глубокую связь, существующую между квантовой теорией, гравитацией и термодинамикой. Интересно отметить, что многие из рассмотренных нами вопросов могли возникнуть и быть решены еще, вероятно, в 30-х годах. Однако случилось так, что относительно более простая задача о свойствах вакуума в равномерно ускоренной системе отсчета стала предметом исследования начиная с 1976 года, то есть через два года после того, как Хокингом была решена более сложная задача о квантовых эффектах в черных дырах. Появление с тех пор многочисленных работ, посвященных затронутой в брошюре проблематике, поток которых не уменьшается до настоящего времени, свидетельствует о постоянном интересе к этим проблемам. Последнее вполне объяснимо, ведь речь идет о глубоких связях между основными фундаментальными областями физики. Понимание этих связей может оказаться весьма полезным при построении будущих физических теорий, в частности квантовой теории гравитации.

## ЛИТЕРАТУРА

- Биррелл Н., Девис П. Квантованные поля в искривленном пространстве-времени. — М.: Мир, 1984.
- Гинзбург В. Л., Фролов В. П. Вакуум в однородном гравитационном поле и возбуждение равномерно ускоренного детектора // УФН. — 1987. — Т. 153. — С. 633—674.
- Де Витт Б. С. Квантовая гравитация: новый синтез // В сб.: Общая теория относительности / Ред. С. Хокинг и В. Израэль. — М.: Мир, 1983. — С. 296—362.
- Киржниц Д. А., Фролов В. П. Черные дыры, термодинамика, информация // Природа. — 1981. — № 11. — С. 2—14.
- Новиков И. Д. Черные дыры и Вселенная. — М.: Молодая гвардия, 1985.
- Новиков И. Д. Энергетика черных дыр. — М.: Знание, 1985.
- Новиков И. Д., Фролов В. П. Физика черных дыр. — М.: Наука, 1986.
- Фролов В. П. Введение в физику черных дыр. — М.: Знание, 1983.
- Черные дыры. — М.: Мир, 1978.

Научно-популярное издание

**Валерий Павлович Фролов**

**ГРАВИТАЦИЯ, УСКОРЕНИЕ, КВАНТЫ**

Гл. отраслевой редактор *Л. А. Ерлыкин*

Редактор *К. А. Кугузова*

Мл. редактор *Н. А. Сергеева*

Обложка художника *Г. Ш. Басырова*

Худож. редактор *П. Л. Храмцов*

Техн. редактор *И. Е. Жаворонкова*

Корректор *В. В. Каночкина*

ИБ № 9241

Сдано в набор 08.02.88. Подписано к печати 13.04.88. Т-08225. Формат бумаги 84×108<sup>1/2</sup>. Бумага тип. № 3. Гарнитура литературная. Печать высокая. Усл. печ. л. 3,36. Усл. кр.-отг. 3,57. Уч.-изд. л. 3,42. Тираж 34 828 экз. Заказ 290. Цена 11 коп. Издательство «Знание». 101835, ГСП, Москва, Центр, проезд Серова, д. 4. Индекс заказа 884005. Типография Всесоюзного общества «Знание». Москва, Центр, Новая пл., д. 3/4.