

Лекция 7

Фазовые переходы во вселенной. Бариогенезис. Закалка нейтрино.
Закалка нейтронов. Нуклеосинтез. Синтез первичного гелия.

Типы и механизмы фазовых переходов

Механизм Хиггса

- Фазовый переход является результатом возникновения ненулевого среднего чего-то, например – поля $\langle \varphi \rangle_T$ при снижении температуры до некоторого критического значения. Нарушение ТД равновесия.
- Равновесное значение поля минимизирует большой ТД потенциал

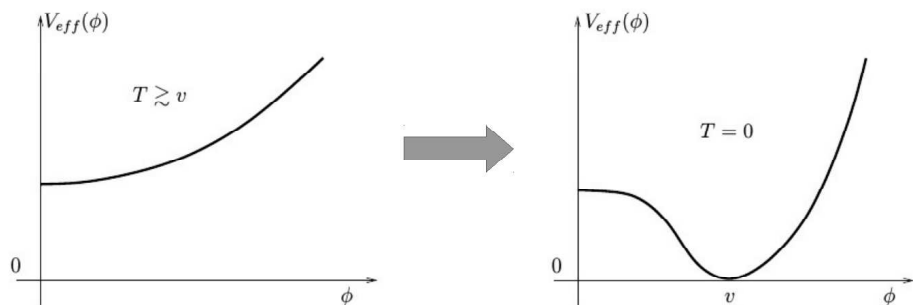
$$\Phi_G = U - TS - \sum \mu N \quad (7.1)$$

На РД-стадии $\mu \sim 0$. Остается свободная энергия:

$$F = U - TS = \Omega V_{eff}(T, \varphi) \quad (7.2)$$

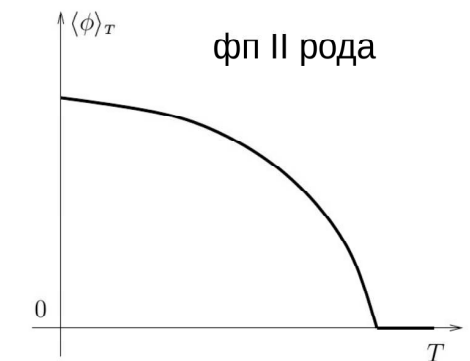
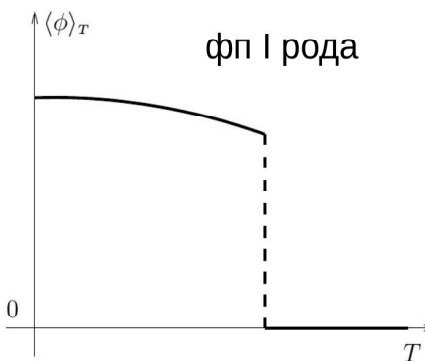
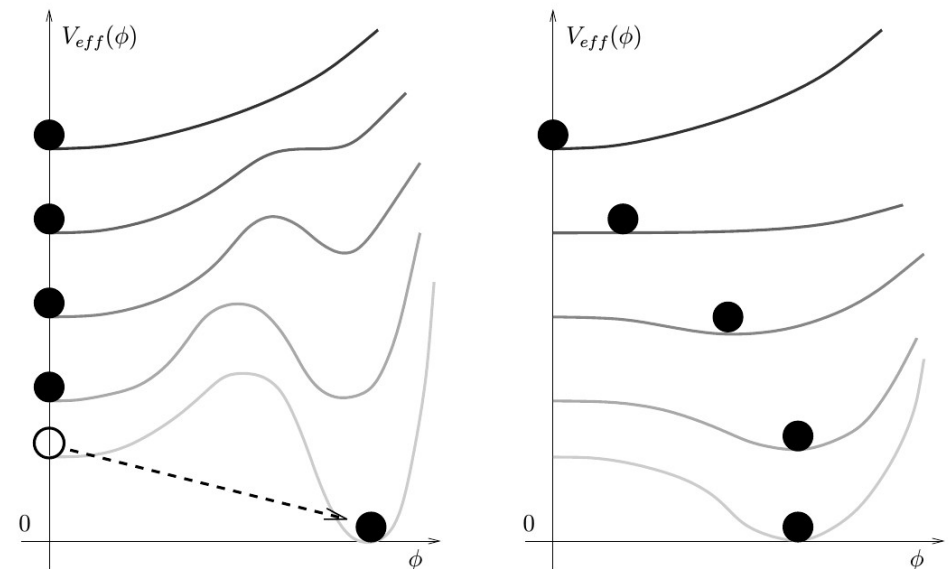
Ω – объем, $V_{eff}(T, \varphi)$ – эффективный потенциал поля при температуре T .

Симметрия, существующая при больших температурах ($T > v$), может быть нарушена при $T = 0$:



Вопрос: как именно происходит трансформация $\langle \varphi \rangle_T = 0 \rightarrow \langle \varphi \rangle_T \neq 0$?

Фазовые переходы I и II рода



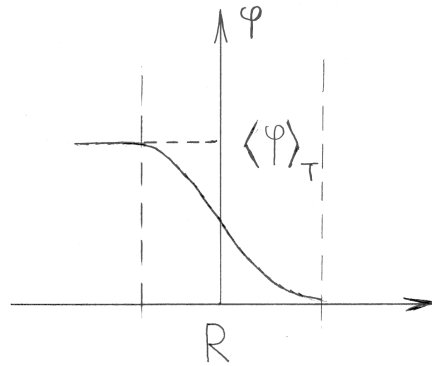
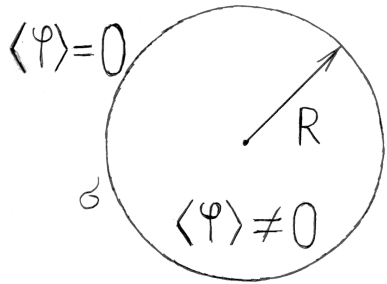
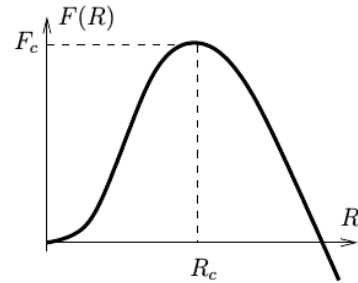
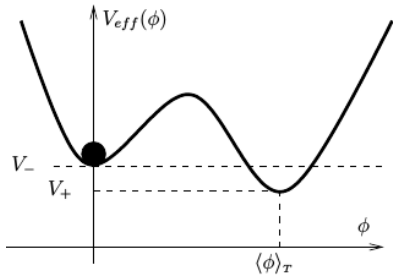
Кроссовер – похоже на I рода, но нет резкого скачка

- Пример первого рода – жидкость \rightarrow пар
- Примеры II рода – точка Кюри, киральный переход QCD
- Пример кроссовера – вода \rightarrow пар при высоких давлениях

Ф.п. II рода происходит плавно во всем пространстве.

Ф.п. I рода во всем пространстве произойти не может, т.к. должен быть преодолен потенциальный барьер свободной энергии.

Ф.п. I рода: Вероятность образования растущего пузыря новой фазы



Баланс объемной и поверхностной энергии:

$$\Delta V = V_- - V_+ > 0 \quad (7.3)$$

$$F(R) = 4\pi R^2 \sigma - \frac{4\pi}{3} R^3 \Delta V \quad (7.4)$$

Если $R < R_c$ пузырек схлопывается
 Если $R > R_c$ пузырек растет $\Rightarrow R_c$ – критический пузырек

$$\frac{\partial F}{\partial R} = 0 \rightarrow R_c; \quad R_c = \frac{2\sigma(T)}{\Delta V(T)} \quad (7.5)$$

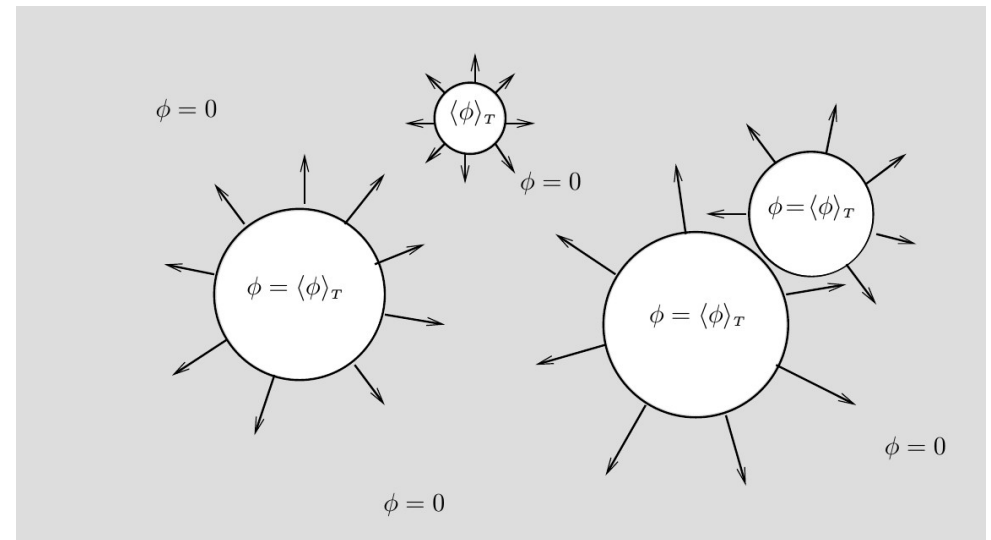
$$F_c(T) = 4\pi \left(\frac{2\sigma}{\Delta V} \right)^2 \sigma - \frac{4\pi}{3} \left(\frac{2\sigma}{\Delta V} \right)^3 \Delta V = \frac{16\pi}{3} \frac{\sigma^3}{\Delta V^2} \quad (7.6)$$

Вероятность флуктуации в единицу времени в единице объема до F_c : больцмановский множитель + размерность:

$$\Gamma \sim AT^4 e^{-F_c/T} \quad (7.7)$$

A слабо зависит от T , справедливо при $F_c \gg T$ (Формула Аррениуса)

Из (7.6), (7.7) видно, что для перехода необходимо существенное переохлаждение ($\phi = 0$, но большое $\Delta V > 0 \Rightarrow$ тогда F_c мало).



- Условие перехода: вероятность образования 1 пузыря в хаббловском объеме за хаббловское время ~ 1 :

$$AT^4 e^{-F_c/T} \sim H^4(T) = \left(\frac{T^2}{M_{Pl}^*}\right)^4 \Rightarrow$$

$$\frac{1}{T} = \frac{1}{F_c(T)} \ln \left[A \left(\frac{M_{Pl}^*}{T}\right)^4 \right] \quad (7.8)$$

Как считать температуру перехода

- Используя какую-то технику (аналитику, расчеты на решетке) считать $V_{eff}(T, \varphi)$
- Через $V_{eff}(T, \varphi)$ считать $\Delta V(T)$
- Считать $\sigma(T)$ (вариационная задача: профиль $\varphi(r)$ вблизи $r = R$ должен минимизировать свободную энергию)
- Через $\Delta V(T)$ и $\sigma(T)$ найти $F_c(T)$ (формула (7.6))
- Решать относительно T уравнение (7.8) $\rightarrow T_c$

Пример: электрослабый переход (на что это может быть похоже)

$$T \sim 100 \text{ ГэВ} \quad (7.9)$$

$$H^{-1} = \frac{M_{Pl}^*}{T^2} \sim 1 \text{ см} \quad (7.10)$$

$$R_c \sim \frac{1}{T} \sim 10^{-15} \div 10^{-16} \text{ см} \quad (7.11)$$

1 пузырек размером 10^{-15} см в 1 см^3 .

Пузырьки сливаются и заполняют все пространство.

Для $m_H = 125 \text{ ГэВ}$ может иметь место не ф.п. I рода, а гладкий кроссовер.

Фазовые переходы в ранней Вселенной

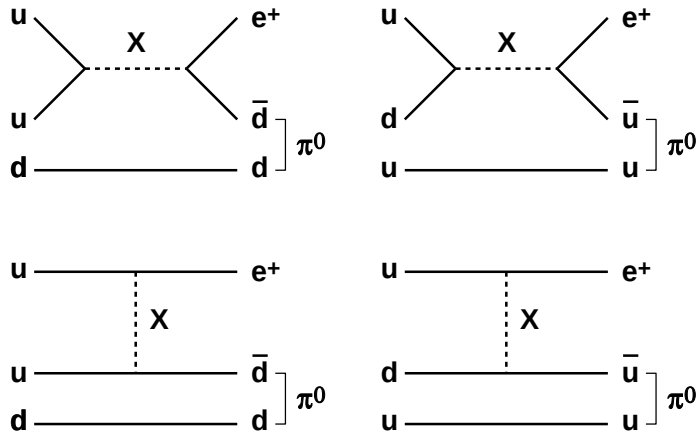
Очень высокие температуры, РД-стадия (см. (5.98))

$$H(T) = \frac{T^2}{M_{Pl}^*}; \quad M_{Pl}^* = \frac{M_{Pl}}{1.66\sqrt{g_*}}; \quad t = \frac{1}{2H} \quad (7.12)$$

1. Фазовый переход GUT

ТВО приводят к нестабильности протона

$$p \rightarrow e^+ + \pi^0 \quad (7.13)$$



Какова масса X ?

Ширина распада протона:

$$\tau_p > 10^{32} \text{ лет}; \quad \Gamma_p = \frac{1}{\tau_p} \sim \frac{\alpha_X^2}{M_X^4} m_p^5, \quad \alpha_X = \frac{g_X^2}{4\pi} \quad (7.14)$$

g_X – константа связи, в амплитуде в каждой вершине

$\alpha_X \sim 1$

$1/M_X^2$ – в амплитуде пропагатора X

m_p^5 – по размерности

$$M_X \sim (\alpha_X^2 m_p^5 \tau_p)^{1/4} \Rightarrow M_X \sim 10^{16} \text{ ГэВ} \star \quad (7.15)$$

Масса M_X возникает от спонтанного нарушения симметрии при $T_{GUT} \sim 10^{16}$ ГэВ.

$g_* \sim 200$ при $T > T_{GUT} \Rightarrow t_{GUT} \sim 10^{-39}$ сек \star

$$S(GUT) \rightarrow SU(3)_c \times SU(2)_W \times U(1) \quad (7.16)$$

GUT-перехода могло и не быть, т.к. инфляция могла закончиться при более низкой температуре.

2. Электрослабый фазовый переход

$$M_W \approx 80 \text{ ГэВ}, \quad M_Z \approx 91 \text{ ГэВ} \Rightarrow T_W \approx 100 \text{ ГэВ} \quad (7.17)$$

$$T > T_W \Rightarrow g_* \sim 100 \Rightarrow t_W = 10^{-11} \div 10^{-10} \text{ сек} \quad (7.18)$$

$$SU(3)_c \times SU(2)_W \times U(1) \rightarrow SU(3)_c \times U(1)_{em} \quad (7.19)$$

3. Конфайнмент кварков и образование кваркового конденсата. Адронизация

$$T_{QCD} \approx 170 \text{ МэВ} \quad (7.20)$$

$$g_* \approx 60 \Rightarrow t_{QCD} \sim 10^{-5} \text{ сек} \quad (7.21)$$

Два события:

1. Конфайнмент кварков, «адронизация»
2. Нарушение киральной симметрии кварков – кварки u, d, s обретают массы (кварковый конденсат)

Порядок следования неизвестен.

Бариогенезис – генерация барионной асимметрии

Два основных варианта:

1. На фазе постинфляционного разогрева.
2. На этапе горячего Большого взрыва.

Рассматриваем только вариант 2.

Предполагается динамическая генерация избытка барионов

$$\Delta_B = \frac{n_B - n_{\bar{B}}}{s} \approx 0.86 \cdot 10^{-10} \quad (7.22)$$

из первоначально симметричного состояния.

Условия Сахарова:

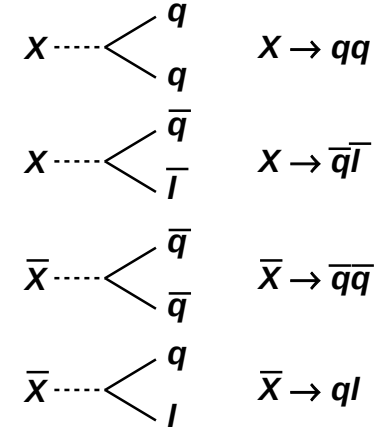
1. Несохранение барионного числа
2. Нарушение ТД-равновесия
3. Нарушение CP -инвариантности

1. – очевидно.
2. – следует из 1. Если барионное число не сохраняется, то в состоянии равновесия число барионов было бы равно числу антибарионов, так как в состоянии равновесия концентрации вообще всех ультрарелятивистских частиц одинаковы, если ничто не мешает им превращаться друг в друга.
3. – нетривиально.

Существуют 2-3 десятка моделей бариогенезиса. Рассматриваем только одну:

GUT бариогенезис

Те же частицы X , $M_X \sim 10^{16}$ ГэВ, которые могут приводить к распаду протона, сами могут распадаться на кварки и лептоны:



Заряд $X = +\frac{2}{3}$; заряд $\bar{X} = -\frac{2}{3}$.

Из-за CP -нарушения парциальные вероятности каналов могут не совпадать:

$$P(X \rightarrow qq) = r \quad (7.23)$$

$$P(X \rightarrow \bar{q}l) = 1 - r \quad (7.24)$$

$$P(\bar{X} \rightarrow \bar{q}\bar{q}) = \bar{r} \quad (7.25)$$

$$P(\bar{X} \rightarrow ql) = 1 - \bar{r} \quad (7.26)$$

Если было $n_X = n_{\bar{X}}$, то после распада X -частиц образуется избыток барионного заряда:

$$n_B = n_X r \cdot \frac{2}{3} + n_X (1 - r) \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) + n_X \bar{r} \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) + n_X (1 - \bar{r}) \cdot \frac{1}{3} = n_X (r - \bar{r}) \quad (7.27)$$

X и \bar{X} распадаться должны чаще, чем рождаться! (химическое неравновесие)

Температура GUT-бариогенезиса $10^{15} \div 10^{16}$ ГэВ (как и фазовый переход GUT)

Интересная возможность: если CP-нарушение зависит от пространства (например, является результатом спонтанного нарушения симметрии), то могут образоваться домены вещества и антивещества.

Электрослабый бариогенезис:

T от 10^{12} ГэВ до 100 ГэВ.

Если работает электрослабый бариогенезис, то энтропия заведомо сохраняется только при $T < 100$ ГэВ.

Закалка нейтрино

Температура – МэВы

e^-, e^+ – ультрарелятивистские

μ, τ – уже проаннигилировали

Барионы – нерелятивистские

Процессы: $\nu + e \rightleftharpoons \nu + e$ рассеяние
 $\nu + \nu \rightleftharpoons \nu + \nu$ рассеяние
 $\nu + \bar{\nu} \rightleftharpoons e^+ + e^-$ аннигиляция

Сечение процессов, по размерности:

$$G_F = 1.17 \cdot 10^{-5} \text{ ГэВ}^{-2} \quad (7.28)$$

$$\sigma_\nu \sim G_F^2 E^2 [\text{ГэВ}^{-4} \cdot \text{ГэВ}^2 = \text{ГэВ}^{-2}] \quad (7.29)$$

Время свободного пробега

$$\tau_\nu = \frac{1}{\langle \sigma_\nu v n \rangle} = \frac{1}{v \sim 1} = \frac{1}{\sigma_\nu n} = \frac{1}{n} = \frac{3}{4} g_* \frac{\zeta(3)}{\pi^2} T^3 \sim \frac{1}{\sigma_\nu T^3} \sim \frac{1}{G_F^2 T^5} \quad (7.30)$$

Хаббловское время (5.98)

$$\frac{1}{H} = \frac{M_{Pl}^*}{T^2}; \quad g_* = 2 + \frac{7}{8}(2+2) + 3 \cdot 2 \cdot \frac{7}{8} \setminus \gamma, e^\pm, \nu \setminus \quad (7.31)$$

Условие закалки ν :

$$\tau_\nu \sim \frac{1}{H} \Rightarrow \frac{1}{G_F^2 T^5} \sim \frac{M_{Pl}^*}{T^2} \quad (7.32)$$

$$T_{\nu,f} \sim \sqrt[3]{\frac{1}{G_F^2 M_{Pl}^*}} \approx 1.5 \text{ МэВ} \star \quad (7.33)$$

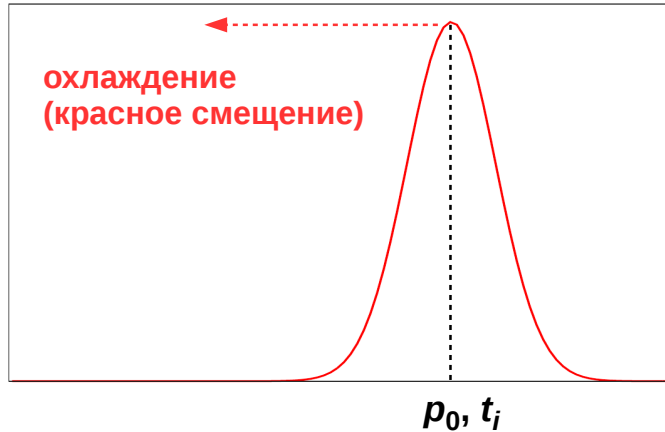
Возраст Вселенной для $T_{\nu,f}$

$$t_{\nu,f} = \frac{1}{2H} = \frac{1}{2} \frac{M_{Pl}^*}{T_{\nu,f}^2} \approx 0.3 \text{ сек} \quad (7.34)$$

Функция распределения по импульсам для газа не взаимодействующих частиц
(как ν после закалки).

Функции распределения *замороженные и не равновесные*.

$$f(p, t) = \frac{a(t)}{a(t_i)} f_i \left(\frac{a(t)}{a(t_i)} p \right) \quad (7.35)$$



Сейчас:

$$T_{\nu}(t_0) = T_{\nu,f} \frac{a(t_{\nu,f})}{a(t_0)} = \frac{T_{\nu,f}}{1 + z_{\nu,f}} \quad (7.36)$$

- Сначала T_{ν} и T_{γ} падают одинаково.
- После закалки нейтрино, $T_{\nu,f} = 1.5 \text{ МэВ}$ остается много e^{\pm} , которые аннигилируют **позже** и дополнительно подогревают газ фотонов.

На сколько?

Сохранение энтропии:

$$s = g_* \frac{4\pi^2}{90} T^3; \quad sa^3(t) = \text{const} \Rightarrow \quad (7.37)$$

$$g_*(T) a^3 T^3 = \text{const} \quad (7.38)$$

После закалки ν , но перед аннигиляцией e^+, e^- в электрон-фотонную энтропию дают вклад γ, e^+, e^- :

$$g_*^{em}(\text{before}) = 2 + \frac{7}{8}(2 + 2) = \frac{11}{2} \quad (7.39)$$

После аннигиляции e^+, e^- :

$$g_*^{em}(\text{after}) = 2 \Rightarrow \quad (7.40)$$

a меняется мало за время аннигиляции

$$g_*^{em}(\text{before}) a^3 T_{\nu,\gamma}^3 = g_*^{em}(\text{after}) a^3 T_{\gamma}^3 \Rightarrow \quad (7.41)$$

$$\frac{T_{\gamma}^3}{T_{\nu,\gamma}^3} = \frac{g_*^{em}(\text{before})}{g_*^{em}(\text{after})} = \frac{11/2}{2} = \frac{11}{4} \Rightarrow \quad (7.42)$$

$$\boxed{\frac{T_\gamma}{T_\nu} = \left(\frac{11}{4}\right)^{1/3}} \quad (7.43)$$

Сейчас:

$$T_\nu = \frac{2.73 \text{ K}^\circ}{(11/4)^{1/3}} = 1.95 \text{ K}^\circ \quad (7.44)$$

Релятивистская ф.р. ν заморожена \Rightarrow
Плотность реликтовых нейтрино каждого типа
(частицы + античастицы)

$$n_\nu = \frac{3}{4} \cdot 2 \cdot \frac{\zeta(3)}{\pi^2} T_\nu^3 = 112 \text{ см}^{-3} \star \quad (7.45)$$

(даже если нейтрино массивные и сейчас нерелятивистские!)

Ограничение сверху на массу нейтрино

$m_\nu \gg T_\nu$

$$\rho_{\nu_i} \cong m_{\nu_i} n_\nu \quad (7.46)$$

$$\Omega_{\nu_i} = \frac{\rho_{\nu_i}}{\rho_c} = \frac{m_{\nu_i} \times 112 \text{ см}^{-3}}{1.88 \cdot 10^{-29} h^2 \Gamma / \text{см}^3} = \frac{m_{\nu_i}}{1 \text{ эВ}} \times 0.01 h^{-2} \star \quad (7.47)$$

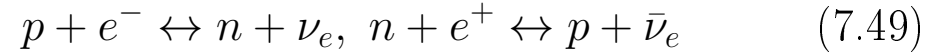
Потребуем $\sum \Omega_{\nu_i} \ll \Omega_M \Rightarrow$

$$\begin{aligned} \sum_i m_{\nu_i} 0.01 h^{-2} &\ll \Omega_M \Rightarrow \\ \Rightarrow \sum_i m_{\nu_i} &\ll 100 h^2 \Omega_M \text{ эВ} \approx 14 \text{ эВ} \Rightarrow \sum_i m_{\nu_i} \lesssim 2 \text{ эВ} \end{aligned} \quad (7.48)$$

(современное значение по всем наблюдениям:
 $\sum m_{\nu_i} \simeq 0.6 \text{ эВ}$)

Закалка нейтронов

При высоких температурах и плотностях n и p находятся в равновесии за счет слабых процессов



Характерные масштабы энергии:

$$\begin{aligned} \Delta m &= m_n - m_p = 1.3 \text{ МэВ} \\ m_e &= 0.51 \text{ МэВ} \end{aligned} \quad (7.50)$$

Будем считать $T \gg \Delta m, m_e$

$$\sigma_{pn} \sim G_F^2 E^2; \quad \tau_{pn} = \frac{1}{\sigma_{pn} v n} \sim \frac{1}{G_F^2 T^5} \quad (7.51)$$

τ_{pn} определяется электронами и нейтрино, которые УР.

Закалка нейтронов:

$$\tau_{np} \sim \frac{1}{H} = \frac{T^2}{M_{Pl}^*} \quad (7.52)$$

Релятивистские γ, e^\pm, ν :

$$g_* = 2 + \frac{7}{8} \cdot 4 + \frac{7}{8} \cdot 2 \cdot 3 \quad (7.53)$$

– точно как для закалки ν , и снова

$$T_{n,f} \sim \sqrt[3]{\frac{1}{G_F^2 M_{Pl}^*}} = 1.5 \text{ МэВ} \quad (7.54)$$

Не очень согласуется с $T_{n,f} \gg \Delta m!$

Более точное значение (из кинетических уравнений):

$$T_{n,f} \approx 0.75 \text{ МэВ}, \quad t_{n,f} \approx 1.2 \text{ сек} \quad (7.55)$$

Остаточная концентрация нейтронов

В равновесии

$$\mu_p + \mu_e = \mu_n + \mu_\nu \Rightarrow \mu_n = \mu_p + \mu_e - \mu_\nu \quad (7.56)$$

p, n – нерелятивистские $\Rightarrow \mu_p \sim m_p, \mu_n \sim m_n$
 e, ν – ультрарелятивистские $\Rightarrow \mu_e, \mu_\nu$ – малы*

$$\mu_n = \mu_p + \mu_e - \mu_\nu \approx \mu_p \quad (7.57)$$

$$n_p = 2 \left(\frac{m_p T}{2\pi} \right)^{3/2} e^{(\mu_p - m_p)/T} \quad (7.58)$$

$$n_n = 2 \left(\frac{m_n T}{2\pi} \right)^{3/2} e^{(\mu_n - m_n)/T} \quad (7.59)$$

Отсюда, в момент замораживания ($T = T_{n,f}$)

$$\frac{n_n}{n_p} \cong e^{-(m_n - m_p)/T_{n,f}} = e^{-\Delta m/T_{n,f}} \quad (7.60)$$

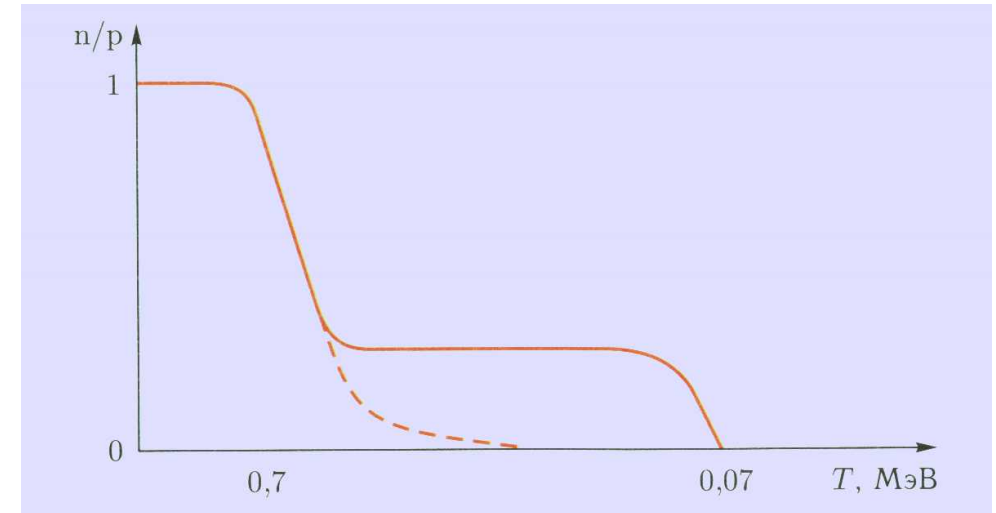
Для $T_{n,f} = 0.75$ МэВ

$$\frac{n_n}{n_p} = e^{-1.3/0.75} \approx 0.18 \quad (7.61)$$

Отношение через $T_{n,f}$ зависит от g_* , которое зависит от предположения $N_\nu = 3$. Так как n_n/n_p радикально влияет на первичный нуклеосинтез (количество ${}^4\text{He}$) то гипотезы могут быть проверены.

*Более аккуратное обоснование $\mu_n \approx \mu_p$ (7.57) см. Горбунов, Рубаков, Т.1, 8.1. ($\mu_e \sim \mu_\nu \sim 10^{-3}$ эВ).

Сначала концентрация нейтронов равновесным образом падает относительно концентрации протонов из-за разницы в массах, потом нейтроны выходят из равновесия (замораживаются).



Нуклеосинтез

Кажется, что ядро A, Z начнет эффективно синтезироваться после того, как температура станет ниже энергии связи этого ядра. Это ошибка.

- Рассматриваем задачу синтеза общего ядра A, Z , предполагая, что синтез возможен через некоторую цепочку реакций.
- Рассматриваем только термодинамику реакции предполагая равновесие.

В равновесии:

$$n_n = 2 \left(\frac{m_p T}{2\pi} \right)^{3/2} e^{(\mu_n - m_n)/T} \quad (7.62)$$

$$n_p = 2 \left(\frac{m_p T}{2\pi} \right)^{3/2} e^{(\mu_p - m_p)/T} \quad (7.63)$$

(в предэкспоненциальном множителе не различаем m_n и m_p)

$$\mu_A = \mu_p Z + \mu_n (A - Z) \quad (7.64)$$

(это следствие равновесия)

$$\begin{aligned} n_A &= g_A \left(\frac{Am_p T}{2\pi} \right)^{3/2} e^{(\mu_A - m_A)/T} = \\ &= \backslash \Delta_A = Zm_p + (A - Z)m_n - m_A \backslash = \\ &= g_A \left(\frac{Am_p T}{2\pi} \right)^{3/2} e^{[Z(\mu_p - m_p) + (A - Z)(\mu_n - m_n) + \Delta_A]/T} \end{aligned} \quad (7.65)$$

$$e^{(\mu_p - m_p)/T} = n_p / 2 \left(\frac{m_p T}{2\pi} \right)^{3/2} \Rightarrow \quad (7.66)$$

$$e^{Z(\mu_p - m_p)/T} = \left[n_p / 2 \left(\frac{m_p T}{2\pi} \right)^{3/2} \right]^Z \quad (7.67)$$

$$e^{(A - Z)(\mu_n - m_n)/T} = \left[n_n / 2 \left(\frac{m_p T}{2\pi} \right)^{3/2} \right]^{(A - Z)} \quad (7.68)$$

$$\begin{aligned} n_A &= g_A \left(\frac{Am_p T}{2\pi} \right)^{3/2} \left[\frac{n_p}{2 \left(\frac{m_p T}{2\pi} \right)^{3/2}} \right]^Z \left[\frac{n_n}{2 \left(\frac{m_p T}{2\pi} \right)^{3/2}} \right]^{A - Z} e^{\Delta_A/T} = \\ &= g_A n_p^Z n_n^{A - Z} 2^{-A} A^{3/2} \left(\frac{2\pi}{m_p T} \right)^{\frac{3}{2}(A - 1)} e^{\Delta_A/T} \end{aligned} \quad (7.69)$$

(«Формула Саха»)

Концентрация нуклонов, связанных в ядре (A, Z) :

$$\begin{aligned} X_A &\equiv \frac{A \times n_A}{n_B} = \\ &= g_A X_p^Z X_n^{A - Z} n_B^{A - 1} 2^{-A} A^{5/2} \left(\frac{2\pi}{m_p T} \right)^{\frac{3}{2}(A - 1)} e^{\Delta_A/T} \end{aligned} \quad (7.70)$$

При той же самой температуре

$$n_B = \eta_B n_\gamma = \eta_B \times 2 \frac{\zeta(3)}{\pi^2} T^3 = 0.24 \eta_B T^3 \quad (7.71)$$

Подставляем n_B в (7.70):

$$X_A = g_A X_p^Z X_n^{A-Z} 2^{-A} A^{5/2} \left[\eta_B^{A-1} \left(\frac{2.5T}{m_p} \right)^{\frac{3}{2}(A-1)} \right] e^{\Delta_A/T} \quad (7.72)$$

Очень малый множитель:

$$\eta_B^{A-1} \left(\frac{2.5T}{m_p} \right)^{\frac{3}{2}(A-1)} \Rightarrow \quad (7.73)$$

Чтобы X_A было не очень мало нужна температура $T \ll \Delta_A$

Начало ядерного синтеза: реакция $p + n \rightarrow D + \gamma$

• Когда реакция $p + n \rightarrow D + \gamma$ становится термодинамически выгодной? Вот когда:

$$X_D = X_p X_n \sqrt{2} \eta_B \left(\frac{2.5T_{NS}}{m_p} \right)^{3/2} e^{\Delta_D/T_{NS}} \sim 1 \quad (7.74)$$

$\Delta_D = 2.23$ МэВ, $X_p X_n = 0.14$ (после закалки n) \Rightarrow
Численно (начало нуклеосинтеза):

$$T_{NS} \approx 65 \text{ КэВ}; t_{NS} \approx 4.5 \text{ мин} \quad (7.75)$$

Синтез гелия

Термодинамически выгодным является продолжение синтеза D до ${}^4\text{He}$.

$p + n$	$\rightarrow D + \gamma$	
D + p	$\rightarrow {}^3\text{He} + \gamma$	
D + D	$\rightarrow {}^3\text{He} + n$	
D + D	$\rightarrow T + p$	
${}^3\text{He} + n$	$\rightarrow T + p$	
T + D	$\rightarrow {}^4\text{He} + n$	
${}^3\text{He} + D$	$\rightarrow {}^4\text{He} + p$	

(7.76)

Концентрация адронов, связанных в ядре (A, Z) (формула (7.72)):

$$X_A = g_A X_p^Z X_n^{A-Z} 2^{-A} A^{5/2} \eta_B^{A-1} \left(\frac{2.5T}{m_p} \right)^{\frac{3}{2}(A-1)} e^{\Delta_A/T} \quad (7.77)$$

Оценим равновесные концентрации всех прочих ядер, считая, что концентрация ${}^4\text{He} \sim 1$

Из (7.72):

$$X_{4\text{He}} \sim X_p^2 X_n^2 \eta_B^3 \left(\frac{2.5T_{NS}}{m_p} \right)^{9/2} e^{\Delta_{4\text{He}}/T_{NS}} \quad (7.78)$$

Считаем $X_p^2 \sim 1$, выражаем X_n :

$$X_n \sim X_{4\text{He}}^{1/2} \eta_B^{-3/2} \left(\frac{2.5T_{NS}}{m_p} \right)^{-9/4} e^{-\Delta_{4\text{He}}/2T_{NS}} \quad (7.79)$$

Подставляем X_n в (7.77) для произвольного ядра (A, Z) , считая $X_{4He} \sim 1$:

$$X_A \sim \left[\eta_B \left(\frac{2.5 T_{NS}}{m_p} \right)^{3/2} \right]^{\frac{3}{2}Z - \frac{1}{2}A - 1} \times \exp \left(\frac{\Delta_A - \Delta_{4He}(A - Z)/2}{T_{NS}} \right) \approx \approx 10^{7.4(A+2-3Z)} \exp \left\{ \frac{(A - Z)[\Delta_A/(A - Z) - \Delta_{4He}/2]}{T} \right\} \quad (7.80)$$

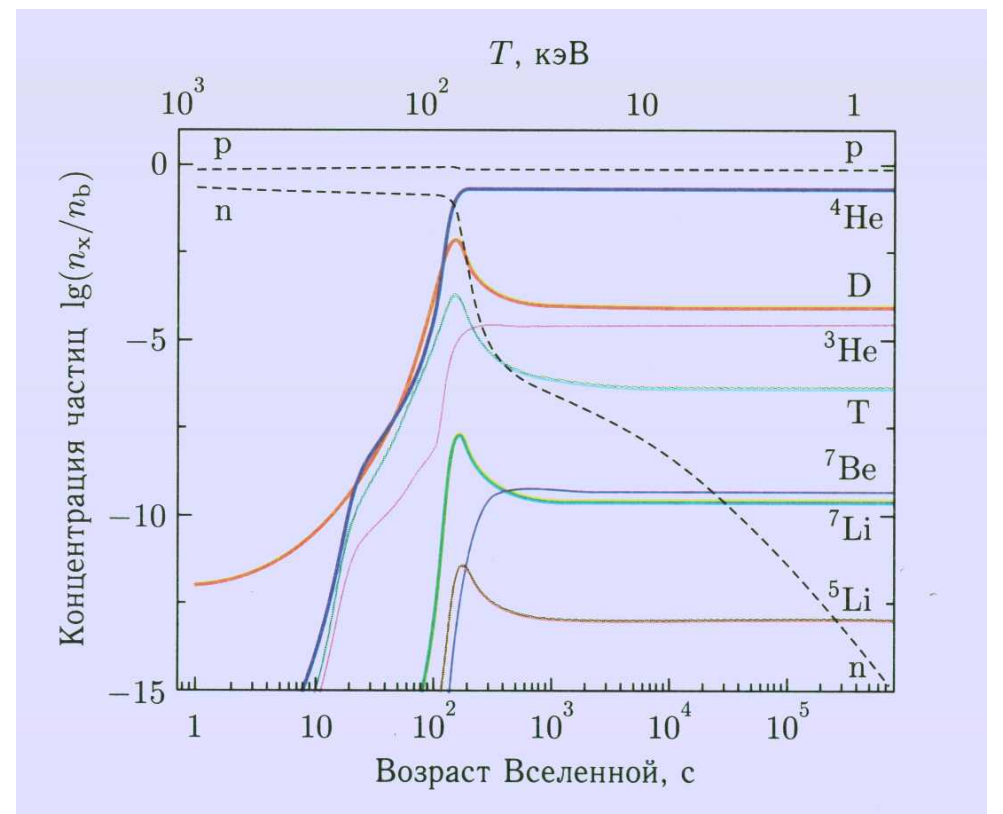
Только для ${}^4\text{He}$ экспонента ~ 1 .
Для всех других ядер

$$\Delta_A/(A - Z) - \Delta_{4He}/2 < 0 \quad (7.81)$$

и экспонента очень мала.
При $T_{NS} = 65 \text{ кэВ}$ из (7.80):

$$X_D \sim 10^{-79}, \quad X_{3He} \sim 10^{-118}, \dots \quad (7.82)$$

Это равновесные концентрации, но в действительности для большинства реакций равновесия нет. Но качественный вывод верен – ${}^4\text{He}$ сильно преобладает из-за высокой энергии связи на нуклон.



Остаточная концентрация ${}^4\text{He}$

Все нейтроны, не распавшиеся к $t_{NS} = 4.5$ мин, входят в ${}^4\text{He}$.

$$n_{4He}(t_{NS}) = \frac{1}{2} n_n(t_{NS}) \quad (7.83)$$

$$\frac{n_n(t_{NS})}{n_p(t_{NS})} \cong 0.2 \cdot e^{-t_{NS}/\tau_n} \approx \frac{1}{7} \quad (\tau_n = 886 \text{ сек}) \quad (7.84)$$

Отношение ядерных концентраций He/p:

$$\frac{n_{He}}{n_p} \approx \frac{1}{12}$$

Массовая доля ${}^4\text{He}$ в веществе:
 $X_{4He} \approx 25\%$