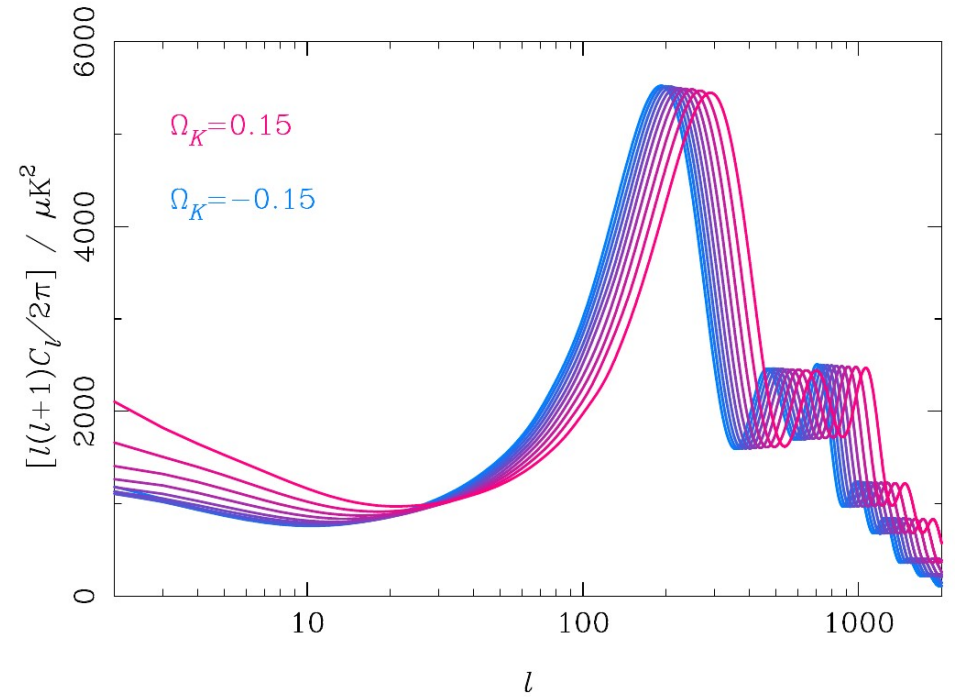
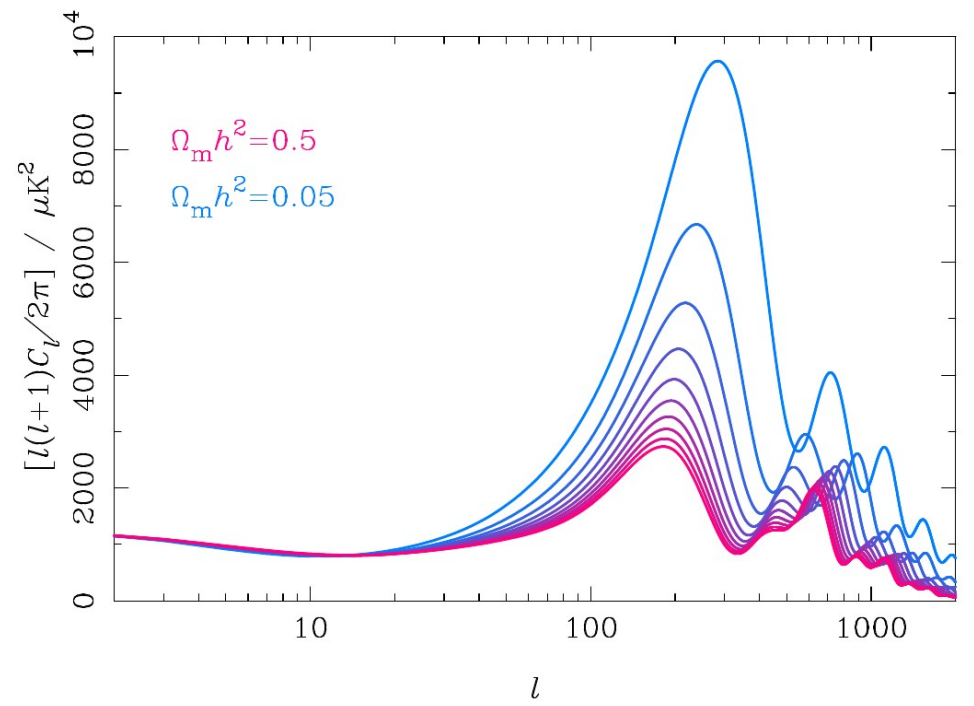
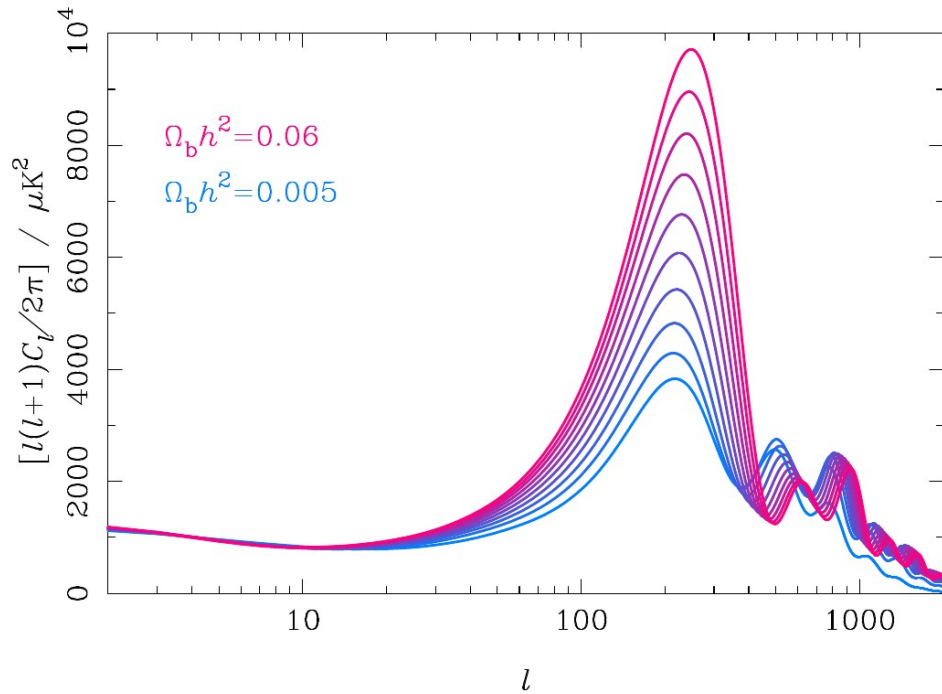
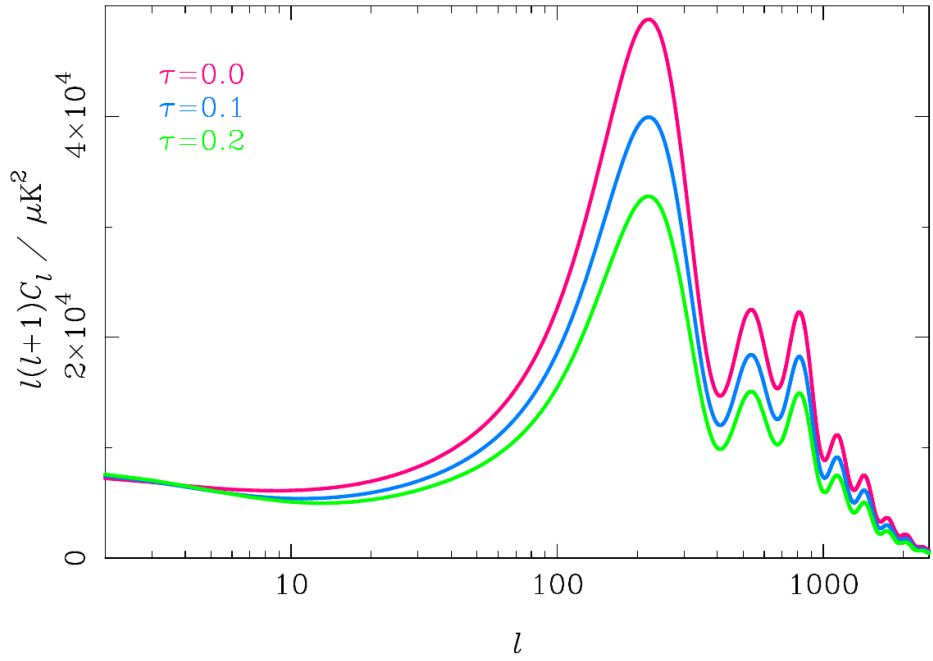


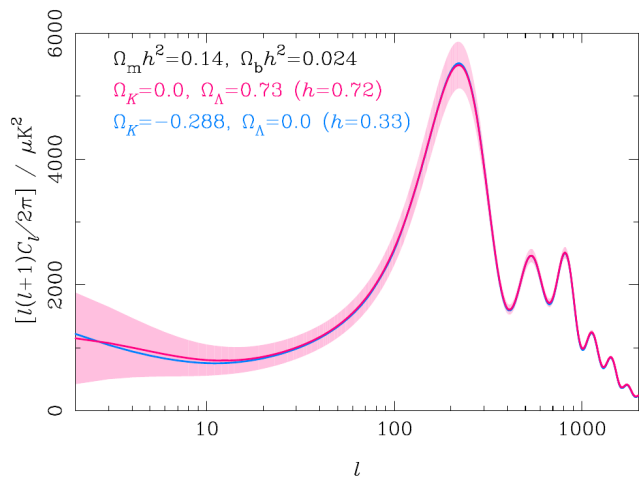
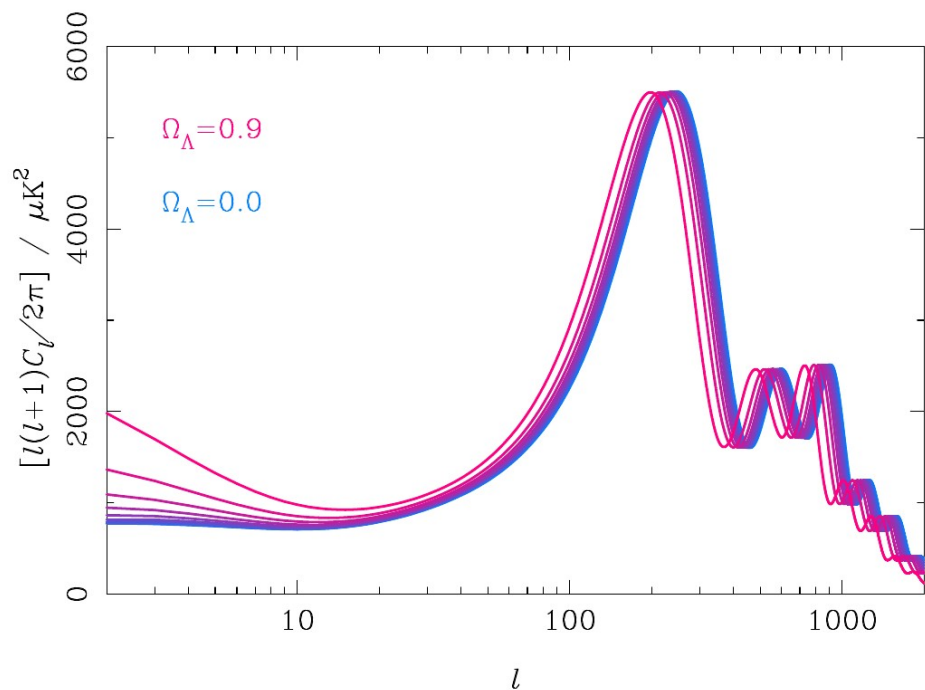
## Лекция 13

Анизотропия температуры СМВ и космологические параметры.  
Поляризация реликтового излучения. Проблемы теории Горячего  
большого взрыва.

# Зависимость анизотропии температуры СМВ от космологических параметров

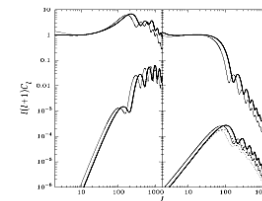


Линзирование углового масштаба акустических пиков!



**Fig. 11.** The geometric degeneracy. A scale-invariant adiabatic  $\Lambda$ CDM model with  $\Omega_b h^2 = 0.024$ ,  $\Omega_m h^2 = 0.14$  and  $\Omega_\Lambda = 0.73$  and  $\Omega_K = 0$  (close to the WMAP best-fit values [12]) produces an almost identical spectrum to a closed model  $\Omega_K = -0.288$  with vanishing cosmological constant. However, the Hubble constants are very different –  $h = 0.72$  in the flat model and  $0.33$  in the closed model – and so the latter is easily ruled out by external constraints. The shaded region shows the  $1\sigma$  cosmic variance errors  $\Delta C_l/C_l = \sqrt{2/(2l+1)}$  on the power spectrum.

## Открытый код **CAMB** для вычисления спектра мощности анизотропии СМБ: [camb.info](http://camb.info)



### Code for Anisotropies in the Microwave Background

by [Antony Lewis](#) and [Anthony Challinor](#)

Get help:   [Google Custom Search](#)


#### Features:

- Support for closed, open and flat models
- Scalar, vector and tensor modes including polarization
- Output  $C_l$ , matter transfer functions, matter power spectrum and  $\sigma_8$
- Fast computation to  $\sim 0.3-0.1\%$  accuracy, with controllable accuracy level
- Relatively structured and easily extendable Fortran 90 code
- Efficient support for massive neutrinos
- Absolute computations from correctly normalized initial power spectra
- Computation of lensed CMB power spectra and lensing potential power spectrum
- Internally parallelized for fast execution on multi-processor machines
- Use CAMB with [CosmoMC](#) for Monte-Carlo parameter estimation
- Constant equation of state [quintessence](#) (or variable [PPE](#))
- Support for general correlated adiabatic/isocurvature initial conditions
- Accurate full-sky calculation of lensed power spectra ([astro-ph/0502425](#))
- Integrated interface to [HALOFIT](#) for non-linear fitting
- support for arbitrary neutrino mass splittings
- For 21cm, lensing and number count power spectra see this [extension](#)
- For perturbed recombination and effect on small-scale baryons see this [extension](#)
- Calculation of local primordial and CMB lensing bispectra
- **NEW:** Easy-to-use [Python wrapper](#)

Download the [Fortran 90 source code and python wrapper](#).

See the [ReadMe](#) file for documentation, [CosmoCoffee](#) for support, and the [Bibtex](#) file for references.

[https://lambda.gsfc.nasa.gov/toolbox/tb\\_camb\\_form.cfm](https://lambda.gsfc.nasa.gov/toolbox/tb_camb_form.cfm)



National Aeronautics and Space Administration  
Goddard Space Flight Center  
Sciences and Exploration

[Follow @NASA\\_LAMBDA](#)

[ABOUT LAMBDA](#)

Home
Data
Tools
Papers
Education
Links
News

LAMBDA - Tools

Tools
Footprint
CAMB
WMAPViewer
Conversions
Calculators

### CAMB Web Interface

Most of the [configuration documentation](#) is provided in the sample parameter file provided with the application.

Supports the April 2014 Release

This form uses JavaScript to enable certain layout features, and it uses Cascading Style Sheets to control the layout of all the form components. If either of these features are not supported or enabled by your browser, this form will NOT display correctly.

Descriptive information for the CAMB parameters can be found at: <http://cosmologist.info/notes/CAMB.pdf>

Actions to Perform

Scalar C<sub>l</sub>'s

Vector C<sub>l</sub>'s

Tensor C<sub>l</sub>'s

Do Lensing

Transfer Functions

Linear

Non-linear Matter Power (HALOFIT)

Non-linear CMB Lensing (HALOFIT)

Non-linear Matter Power and CMB Lensing (HALOFIT)

Sky Map Output

- Vector C<sub>l</sub>'s are incompatible with Scalar and Tensor C<sub>l</sub>'s. The Transfer functions require Scalar and/or Tensor C<sub>l</sub>'s.
- The HEALpix synfast program is used to generate maps from the resultant spectra. The random number seed governs the phase of the a<sub>lm</sub>'s generated by synfast. The default of zero causes synfast to generate a new see from the system time with each run. Specifying a fixed nonzero value will return fixed phases with successive runs.

Maximum Multipoles and k\*eta

**Scalar**

l<sub>max</sub>

**Tensor**

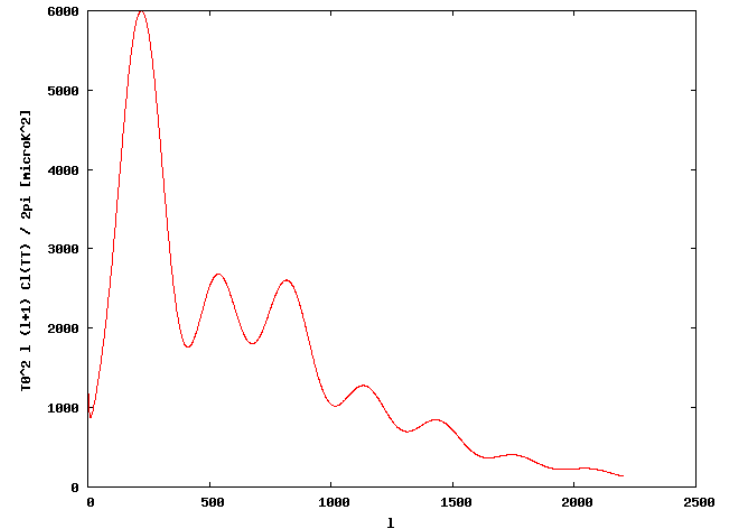
l<sub>max</sub>

## Files

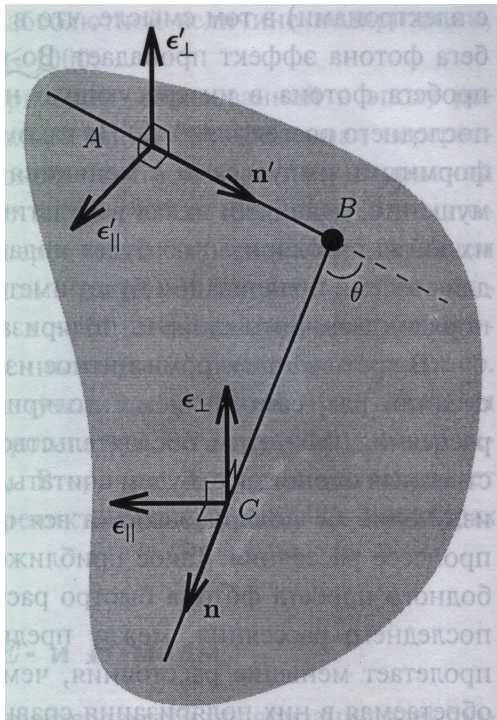
Log/Output [camb\\_84296825.log](#)  
 Scalar Output [camb\\_84296825\\_scalcls.dat](#)  
 Lensed Output [camb\\_84296825\\_lensedcls.dat](#)  
 FITS Output [camb\\_84296825\\_scalcls.fits](#)

## Scalar Modes Plots

$C_l^{TT}$  vs.  $l$



# Поляризация реликтового излучения



Томсоновское рассеяние на электронах:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{3\sigma_T}{8\pi} \cos^2(\epsilon', \epsilon) \quad (13.1)$$

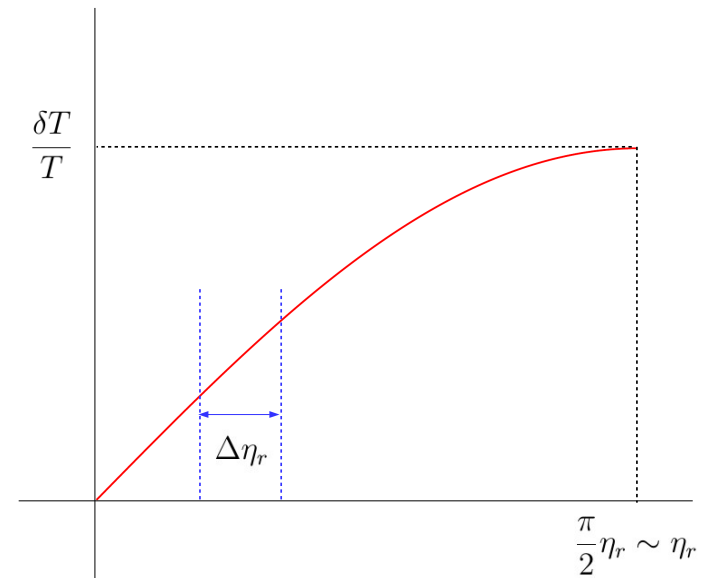
- Если с направления  $\mathbf{n}'$  приходит неполяризованное излучение, то в направлении  $\mathbf{n}$  излучение будет частично линейно поляризовано перпендикулярно плоскости  $(\mathbf{n}', \mathbf{n})$ .

⇒

- Если излучение, приходящее в точку  $B$  изотропно, то рассеяное излучение в направлении  $\mathbf{n}$  будет частично поляризовано.

- Поток фотонов вблизи поверхности последнего рассеяния анизотропен ⇒ последнее рассеянное излучение частично поляризовано.

# Масштаб величины поляризации



$d$  – длина пробега фотонов,  $\lambda/4$  – масштаб длины неоднородностей

$d \ll \lambda/4 \Rightarrow$  поляризации нет.

$d \gg \lambda \Rightarrow$  поляризации нет (эффект Силка)

Вблизи первого акустического пика,  $l \sim 150$

$$k\eta_r \sim 1 \Rightarrow k \sim \frac{1}{\eta_r} \quad (\text{см. (10.73)–(10.75)}) \quad (13.2)$$

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} \sim 2\pi\eta_r \quad (13.3)$$

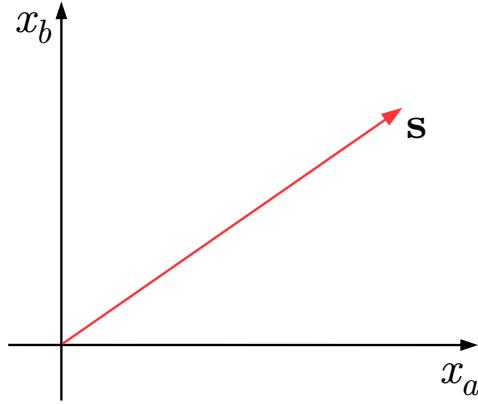
$$\frac{\lambda}{4} \sim \frac{\pi}{2}\eta_r \sim \eta_r \quad (13.4)$$

Пробег фотонов вблизи рекомбинации масштаба толщины поверхности последнего рассеяния  $\Delta\eta_r \sim 0.1\eta_r \Rightarrow$

$$\mathcal{P} \sim \frac{\Delta\eta_r}{\eta_r} \frac{\delta T}{T} \sim 0.1 \cdot 5 \cdot 10^{-5} \sim 5 \cdot 10^{-6} \sim 10^{-5} \quad (13.5)$$

## Тензор поляризации.

### 1. Поляризация узкого пучка



- Поляризация – не 2-вектор:
  - Проекция вектора на ось меняется от нуля до максимального значения
  - Интенсивность света, проходящего через поляризатор, не обращается в нуль.
  - Поляризация не имеет направления

- Поляризация – 2-тензор

$$I(\mathbf{s}) = \langle |\mathbf{E} \cdot \mathbf{s}|^2 \rangle = \langle (E_a s_a)(E_b s_b)^* \rangle = s_a \langle E_a E_b^* \rangle s_b \quad (13.6)$$

$$I_{ab} = \langle E_a E_b^* \rangle \quad (13.7)$$

$$I = \langle |E_a|^2 \rangle + \langle |E_b|^2 \rangle \quad (13.8)$$

Тензор поляризации:

$$P_{ab} = \frac{I_{ab}}{I} \quad (13.9)$$

- Для линейно поляризованного света  $\mathbf{E}$  – действительный вектор  $\Rightarrow$   $P$  действительный, симметричный, со следом 1  $\Rightarrow$  всего 2 независимых параметра
- Неполяризованное излучение

$$P_{ab} = \frac{\delta_{ab}}{2} \Rightarrow \det P = \frac{1}{4} \quad (13.10)$$

- Полностью поляризованное излучение

$$P_{ab} = \frac{E_a E_b}{E^2} \Rightarrow \det P = 0 \quad (\mathbf{E} - \text{фикс. вектор}) \quad (13.11)$$

$$P = (|\mathbf{E}\rangle \otimes \langle \mathbf{E}|) / E^2 \equiv |\mathbf{E}\rangle \langle \mathbf{E}| / E^2 \quad (13.12)$$

$$|\mathbf{E}\rangle = \begin{pmatrix} E_a \\ E_b \end{pmatrix}, \langle \mathbf{E}| = (E_a^*, E_b^*) \equiv (E_a, E_b) \quad (13.13)$$

- Степень поляризации

$$\mathcal{P} = \sqrt{1 - 4 \det P_{ab}}; \quad 0 \leq \mathcal{P} \leq 1 \quad (13.14)$$

Пусть  $\mathbf{s}^{(1)}, \mathbf{s}^{(2)}$  – нормированные собственные векторы  $P_{ab}$ . Тогда

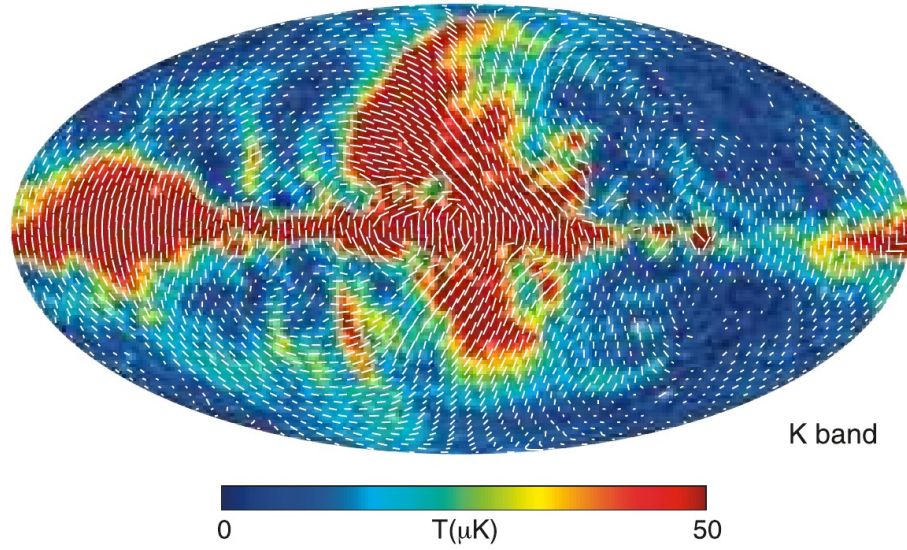
$$\begin{aligned} P &= \lambda_p |\mathbf{s}^{(1)}\rangle \langle \mathbf{s}^{(1)}| + (1 - \lambda_p) |\mathbf{s}^{(2)}\rangle \langle \mathbf{s}^{(2)}| = \\ &= \text{\textbackslash пусть } \lambda_p < 1/2 \text{\} = \\ &= \lambda_p |\mathbf{s}^{(1)}\rangle \langle \mathbf{s}^{(1)}| + \lambda_p |\mathbf{s}^{(2)}\rangle \langle \mathbf{s}^{(2)}| - \\ &\quad - \lambda_p |\mathbf{s}^{(2)}\rangle \langle \mathbf{s}^{(2)}| + (1 - \lambda_p) |\mathbf{s}^{(2)}\rangle \langle \mathbf{s}^{(2)}| = \\ &= \lambda_p \hat{1} + (1 - 2\lambda_p) |\mathbf{s}^{(2)}\rangle \langle \mathbf{s}^{(2)}| \Rightarrow \quad (13.15) \end{aligned}$$

$$P_{ab} = \lambda_p \delta_{ab} + (1 - 2\lambda_p) s_a^{(2)} s_b^{(2)} = \frac{I_{ab}}{I} \Rightarrow \quad (13.16)$$

$$I_{ab} \equiv \frac{1}{2} \delta_{ab} I^{(np)} + E_a^{(p)} E_b^{(p)} \quad (13.17)$$



Можно нарисовать поле вектора  $\mathbf{E}$



$$\mathcal{P}_{ab} \equiv P_{ab} - \frac{1}{2}\delta_{ab} \quad (13.18)$$

Легко показать ★:

$$\det \mathcal{P}_{ab} = \det P_{ab} - \frac{1}{4} \Rightarrow \mathcal{P} = \sqrt{-4 \det P_{ab}} \quad (13.19)$$

Тензор  $\mathcal{P}_{ab}$  симметричный, бесследовый  $\Rightarrow$  два параметра.

Для неполяризованного излучения  $\mathcal{P}_{ab} = 0$

## 2. Поле поляризации на единичной сфере

Обобщение (13.18):

$$\mathcal{P}_{ab} = P_{ab} - \frac{1}{2}g_{ab} \quad (13.20)$$

где  $g_{ab}$  метрический 2-тензор на единичной сфере (координаты любые, можно  $(\theta, \varphi)$ ).

Заданный на сфере симметричный бесследовый тензор можно представить через скалярный и псевдоскалярный «потенциалы»:

$$\mathcal{P}_{ab} = \{\nabla_a \nabla_b\} \mathcal{P}_E - \{E_a^c \nabla_b \nabla_c\} \mathcal{P}_B \quad (13.21)$$

где  $\nabla_a$  и  $E_{ab}$  – ковариантная производная и антисимметричный тензор на сфере (см. (2.67)):

$$E_{ab} = \sqrt{-g} \varepsilon_{ab} \quad (13.22)$$

$\{\dots\}$  означает выделение симметричной и бесследовой части:

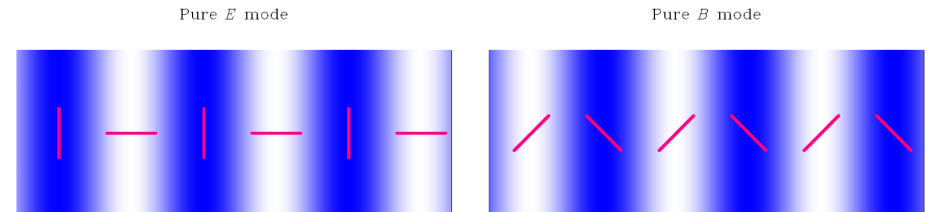
$$\{\nabla_a \nabla_b\} = \frac{1}{2}(\nabla_a \nabla_b + \nabla_b \nabla_a - g_{ab} \Delta) \quad (13.23)$$

$$\{E_a^c \nabla_b \nabla_c\} = \frac{1}{2}(E_a^c \nabla_b \nabla_c + E_b^c \nabla_a \nabla_c) \quad (13.24)$$

Обратное преобразование:

$$-\Delta(\Delta + 2)\mathcal{P}_E = 2\{\nabla^a \nabla^b\} \mathcal{P}_{ab} \quad (13.25)$$

$$-\Delta(\Delta + 2)\mathcal{P}_B = 2\{E_c^a \nabla^c \nabla^b\} \mathcal{P}_{ab} \quad (13.26)$$



$\nabla^a \mathcal{P}_{ab}$  – чистый градиент (как  $\mathbf{E}$ ), если  $\mathcal{P}_B = 0$ ,  
 $\nabla^a \mathcal{P}_{ab}$  – чисто вихревой (как  $\mathbf{B}$ ), если  $\mathcal{P}_E = 0$ .

Оригинальные статьи:

[astro-ph/9609132](#)

[astro-ph/9609169](#)

[astro-ph/9611125](#)

Разложение  $\mathcal{P}_E$  и  $\mathcal{P}_B$ :

$$\mathcal{P}_E = \sqrt{2} \sum_{lm} \sqrt{\frac{(l-2)!}{(l+2)!}} a_{lm}^E Y_{lm}(\mathbf{n}) \quad (13.27)$$

$$\mathcal{P}_B = \sqrt{2} \sum_{lm} \sqrt{\frac{(l-2)!}{(l+2)!}} a_{lm}^B Y_{lm}(\mathbf{n}) \quad (13.28)$$

$$(13.29)$$

(нормировка из соображений удобства).

Коэффициенты  $a_{lm}^E$  и  $a_{lm}^B$  вычисляются по результатам наблюдений:

$$a_{lm}^E = - \int d\mathbf{n} \left[ Y_{lm}^{(E)ab}(\mathbf{n}) \right]^* \mathcal{P}_{ab}(\mathbf{n}) \quad (13.30)$$

$$a_{lm}^B = - \int d\mathbf{n} \left[ Y_{lm}^{(B)ab}(\mathbf{n}) \right]^* \mathcal{P}_{ab}(\mathbf{n}) \quad (13.31)$$

где

$$Y_{lm,ab}^{(E)} = \sqrt{\frac{2(l-2)!}{(l+2)!}} \left( \nabla_a \nabla_b Y_{lm} - \frac{1}{2} g_{ab} \nabla^c \nabla_c Y_{lm} \right) \quad (13.32)$$

$$Y_{lm,ab}^{(B)} = \sqrt{\frac{(l-2)!}{2(l+2)!}} \left( \nabla_a \nabla_c Y_{lm} E_b^c + \nabla_c \nabla_b Y_{lm} E_a^c \right) \quad (13.33)$$

Разные компоненты анизотропии ( $E, B$ ) (не)могут коррелировать между собой и все они могут коррелировать с температурой.

Поэтому определяется набор корреляторов

$$C_l^{XY} = \frac{1}{2l+1} \sum_m \langle a_{lm}^X a_{lm}^{Y*} \rangle, \quad (13.34)$$

где  $X, Y = T, E, B$ .

В силу симметрии по четности  $C^{TB} \equiv 0, C^{EB} \equiv 0$ .

Остаются нетривиальные корреляторы:

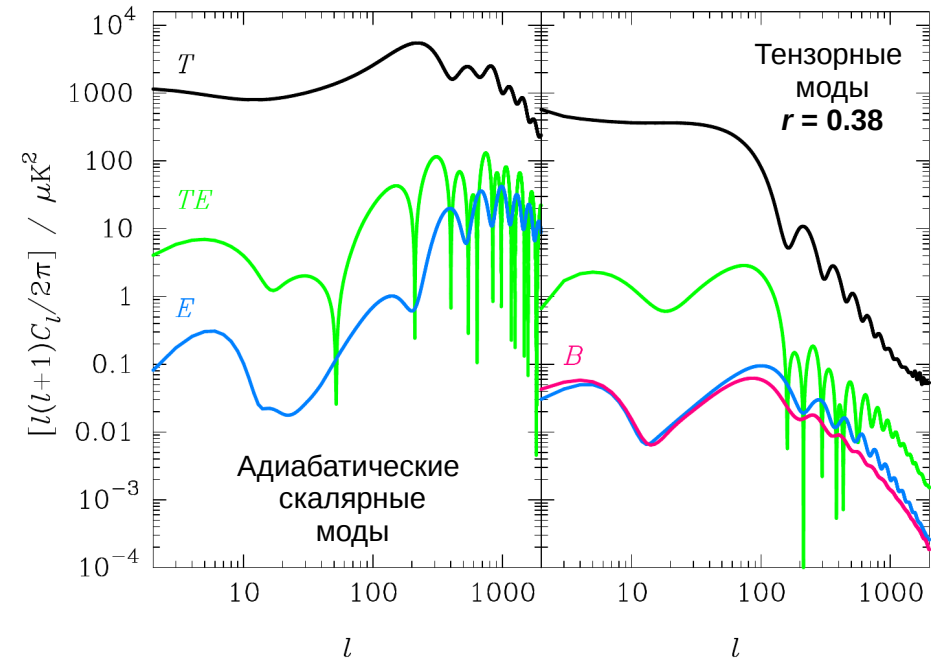
$$C_l^{TT} \equiv C_l, C_l^{TE}, C_l^{EE}, C^{BB}.$$

- Космологические скалярные моды дают вклад только в  $E$ -моду поляризации.

- Тензорные моды дают вклад и в  $E$ -моду, и в  $B$ -моду

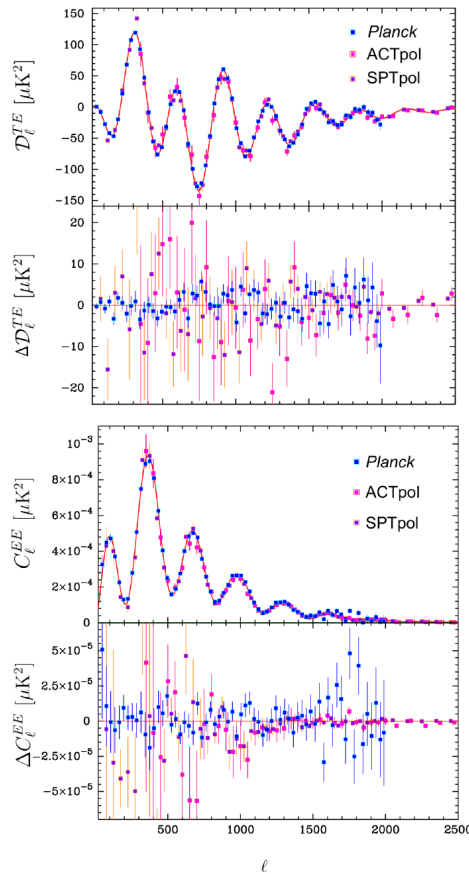
⇒

- Обнаружение  $B$ -моды поляризации (вблизи  $l \sim 100$ ) есть способ обнаружения тензорных мод и измерения тензорно-скалярного отношения  $r$





## Экспериментальные TE- и EE-спектры мощности поляризации (PLANCK-2018)



### Проблема фонов:

- Рассеяние на свободных электронах реионизации
- Слабое гравитационное линзирование (дает  $B$ -моду)
- Фарадеевское вращение (плазма + магнитное поле)
- Рассеяние на пыли (дает  $B$ -моду)

Последние результаты для  $B$ -моды:  
arXiv:1807.06209, p.39:  $r < 0.058$  (95%)

## Инфляционная космология

### Проблемы, неразрешимые в космологии горячего Большого взрыва

1. Наличие сингулярности метрики.

Начало эволюции с квановой флуктуации?

2. Проблема горизонта.

Видимая вселенная содержит  $\sim 3 \times 10^4$  областей, которые были причинно связаны на момент рекомбинации (но не связаны друг с другом).

Почему температуры одинаковы с точностью лучше  $10^{-4}$ ?

Еще хуже обстоит дело с горизонтами в планковское время:

$$\rho_\gamma = 2 \frac{\pi^2}{30} T^4; \quad \rho_\gamma \propto \frac{1}{a^4} \Rightarrow T \propto \frac{1}{a} \quad (13.35)$$

Наш горизонт в планковскую эпоху:

$$\begin{aligned} l_H^0(t_{Pl}) &= l_H(t_0) \times \frac{a_{Pl}}{a_0} = l_H(t_0) \times \frac{T_0}{T_{Pl}} = \\ &= 46 \text{ млрд. св. лет} \times 2 \cdot 10^{-32} \sim 3 \times 10^{30} l_{Pl} \quad (13.36) \end{aligned}$$

В видимой вселенной (вероятно)  $\sim 10^{90}$  причинно связанных областей на момент квантового рождения (если оно совпадало с началом Горячего Большого взрыва!).

Но Вселенная однородна. Почему?

### 3. Проблема плоскостности

$\Omega_K(t)$  – относительная плотность кривизны, зависящая от времени:

$$\Omega_K(t) = \frac{\Omega_K^0 \left(\frac{a_0}{a}\right)^2}{\Omega_M^0 \left(\frac{a_0}{a}\right)^3 + \Omega_{rad}^0 \left(\frac{a_0}{a}\right)^4 + \Omega_\Lambda + \Omega_K^0 \left(\frac{a_0}{a}\right)^2} \quad (13.37)$$

$$\frac{\Omega_K(t_1)}{\Omega_K(t_2)} = \frac{a_2^2}{a_1^2} \times \frac{\Omega_M^0 \left(\frac{a_0}{a_2}\right)^3 + \Omega_{rad}^0 \left(\frac{a_0}{a_2}\right)^4 + \Omega_\Lambda + \Omega_K^0 \left(\frac{a_0}{a_2}\right)^2}{\Omega_M^0 \left(\frac{a_0}{a_1}\right)^3 + \Omega_{rad}^0 \left(\frac{a_0}{a_1}\right)^4 + \Omega_\Lambda + \Omega_K^0 \left(\frac{a_0}{a_1}\right)^2} \quad (13.38)$$

$$t_1 = t_{Pl}, t_2 = t_0 \Rightarrow$$

$$\frac{\Omega_K(t_{Pl})}{\Omega_K^0} \cong \left(\frac{a_{Pl}}{a_0}\right)^2 \frac{1}{\Omega_{rad}^0} = \left(\frac{T_{Pl}}{T_0}\right)^2 \frac{1}{\Omega_{rad}^0} \sim 10^{-60} \quad (13.39)$$

$$\Omega_K(t_{Pl}) \sim 10^{-60} \Omega_K^0 \Rightarrow \quad (13.40)$$

$$\Rightarrow |\Omega_K(t_{Pl})| \lesssim 10^{-63} \div 10^{-61} \quad (13.41)$$

(ожидается  $|\Omega_K^0| \lesssim 0.001 \div 0.1$ )

В момент Большого взрыва Вселенная нереально плоская. Почему?

### 4. Проблема энтропии

В момент квантового рождения ожидается энтропия  $\sim 0$ .

Энтропия видимой вселенной  $\sim 10^{88}$  (число фотонов).

(Энтропия видимого горизонта  $\sim 10^{120}$ )

Расширяется адиабатически – откуда столько энтропии?

### 5. Проблема первичных возмущений

Откуда первичные возмущения и почему масштаб  $\delta\rho/\rho \sim 5 \cdot 10^{-5}$ , почему спектр близок к плоскому?

### 6. Проблема монополей

Если во Вселенной были температуры больше  $10^{16}$  ГэВ, должны были интенсивно рождаться GUT-магнитные монополи (монополи 'т Хоофта-Полякова, GUT). Где они?

7. Проблема тонкой подгонки фундаментальных констант.

**Эти вопросы решаются в инфляционной космологии.**