Лекция 14

Инфляционная космология. Модели инфляции.

Инфляционная космология

Проблемы, неразрешимые в космологии горячего Большого взрыва

1. *Наличие сингулярности метрики.*

Начало эволюции с квановой флуктуации?

2. *Проблема горизонта.*

Видимая вселенная содержит $\sim 3\times 10^4$ областей, которые были причинно связаны на момент рекомбинации (но не связаны друг с другом).
Почему температуры одинаковы с точностью лучше 10^{-4}?

Еще хуже обстоит дело с горизонтами в планковское время:

$$\rho_\gamma = 2\frac{\pi^2}{30}T^4;\ \rho_\gamma \propto \frac{1}{a^4} \Rightarrow T \propto \frac{1}{a} \tag{14.1}$$

Наш горизонт в планковскую эпоху:

$$l_H^0(t_{Pl}) = l_H(t_0)\times\frac{a_{Pl}}{a_0} = l_H(t_0)\times\frac{T_0}{T_{Pl}} = \\ = 46\,\text{млрд.св.лет}\times 2\cdot 10^{-32} \sim 3\times 10^{30} l_{Pl} \tag{14.2}$$

В видимой вселенной (вероятно) $\sim 10^{90}$ причинно связанных областей на момент квантового рождения (если оно совпадало с началом Горячего Большого взрыва!).

Но Вселенная однородна. Почему?

3. *Проблема плоскости*

$\Omega_K(t)$ – относительная плотность кривизны, зависящая от времени:

$$\Omega_K(t) = \frac{\Omega_K^0\left(\frac{a_0}{a}\right)^2}{\Omega_M^0\left(\frac{a_0}{a}\right)^3 + \Omega_{rad}^0\left(\frac{a_0}{a}\right)^4 + \Omega_\Lambda + \Omega_K^0\left(\frac{a_0}{a}\right)^2} \tag{14.3}$$

$$\frac{\Omega_K(t_1)}{\Omega_K(t_2)} = \frac{a_2^2}{a_1^2}\times\frac{\Omega_M^0\left(\frac{a_0}{a_2}\right)^3 + \Omega_{rad}^0\left(\frac{a_0}{a_2}\right)^4 + \Omega_\Lambda + \Omega_K^0\left(\frac{a_0}{a_2}\right)^2}{\Omega_M^0\left(\frac{a_0}{a_1}\right)^3 + \Omega_{rad}^0\left(\frac{a_0}{a_1}\right)^4 + \Omega_\Lambda + \Omega_K^0\left(\frac{a_0}{a_1}\right)^2} \tag{14.4}$$

$t_1 = t_{Pl},\ t_2 = t_0 \Rightarrow$

$$\frac{\Omega_K(t_{Pl})}{\Omega_K^0} \cong \left(\frac{a_{Pl}}{a_0}\right)^2\frac{1}{\Omega_{rad}^0} = \left(\frac{T_{Pl}}{T_0}\right)^2\frac{1}{\Omega_{rad}^0} \sim 10^{-60} \tag{14.5}$$

$$\Omega_K(t_{Pl}) \sim 10^{-60}\,\Omega_K^0 \Rightarrow \tag{14.6}$$

$$\Rightarrow |\Omega_K(t_{Pl})| \lesssim 10^{-63} \div 10^{-61} \tag{14.7}$$

(ожидается $|\Omega_K^0| \lesssim 0.001 \div 0.1$)

В момент Большого взрыва Вселенная нереально плоская. Почему?

4. *Проблема энтропии*

В момент квантового рождения ожидается энтропия ~ 0.
Энтропия видимой вселенной $\sim 10^{88}$ (число фотонов).
(Энтропия видимого горизонта $\sim 10^{120}$)
Расширяется адиабатически – откуда столько энтропии?

5. *Проблема первичных возмущений*

Откуда первичные возмущения и почему масштаб $\delta\rho/\rho \sim 5 \cdot 10^{-5}$, почему спектр близок к плоскому?

6. *Проблема монополей*

Если во Вселенной были температуры больше 10^{16} ГэВ, должны были интесивно рождаться GUT-магнитные монополи. Где они?

7. Проблема тонкой подгонки фундаментальных констант.

Эти вопросы решаются в инфляционной космологии.

Идея инфляции (качественно)

После Горячего Большого взрыва

$$\ddot{a} < 0 \tag{14.8}$$

Инфляция, по определению –
расширение вселенной с

$$\ddot{a} > 0 \tag{14.9}$$

Вводится новая шкала времени, в которой инфляция начинается в момент t_{Pl}, а до того было неизвестно что (эпоха квантовой гравитации). Предполагается:

- Имеет место от $t \sim t_{Pl}$ до t_e (e значит end)
- В момент t_e инфляция сменяется горячей стадией
- (Приближенно) предполагается, что горячая стадия наступает мгновенно после окончания инфляции и наследует $H(t_e)$
- В начале горячей (РД!) стадии

$$H = \frac{T^2}{M_{Pl}^*} \Rightarrow T_{reh} = \sqrt{M_{Pl}^* H(t_e)} \tag{14.10}$$

Важная величина:

$$aH = a\frac{\dot{a}}{a} = \dot{a} \tag{14.11}$$

$$\ddot{a} < 0 \Rightarrow aH \text{ убывает, горячая стадия} \tag{14.12}$$

$$\ddot{a} > 0 \Rightarrow aH \text{ возрастает, инфляция} \tag{14.13}$$

Решение проблемы плоскостности

Уравнение Фридмана с кривизной:

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = H^2 = \frac{8\pi G}{3}(\rho + \Lambda) - \frac{\varkappa}{a^2} \tag{14.14}$$

$$\frac{8\pi G}{3}\left[\rho + \Lambda - \frac{3}{8\pi G}\frac{\varkappa}{a^2}\right] = H^2 \tag{14.15}$$

$$\frac{8\pi G}{3}\rho_c(t) = H^2(t) \Rightarrow \rho_c(t) = \frac{3}{8\pi G}H^2(t) \tag{14.16}$$

$$\rho_K(t) = -\frac{3}{8\pi G}\frac{\varkappa}{a^2} \tag{14.17}$$

$$\Omega_K(t) \equiv \frac{\rho_K(t)}{\rho_c(t)} = \frac{1}{a^2(t)H^2(t)} \tag{14.18}$$

Хотим, чтобы начальная (на момент «квантового рождения» Вселенной) кривизна была не очень мала:

$$\Omega_K(t_{Pl}) \gtrsim \Omega_K(t_0) \Leftrightarrow \frac{\Omega_K(t_0)}{\Omega_K(t_{Pl})} \lesssim 1 \Leftrightarrow \tag{14.19}$$

$$\frac{[a(t_{Pl})H(t_{Pl})]^2}{(a_0H_0)^2} \lesssim 1 \Leftrightarrow \frac{a(t_{Pl})H(t_{Pl})}{a_0H_0} \lesssim 1 \Leftrightarrow \tag{14.20}$$

$$\frac{a(t_{Pl})H(t_{Pl})}{a(t_e)H(t_e)}\frac{a(t_e)H(t_e)}{a_0H_0} \lesssim 1 \Leftrightarrow \tag{14.21}$$

$$\frac{a(t_e)H(t_e)}{a(t_{Pl})H(t_{Pl})} \gtrsim \frac{a(t_e)H(t_e)}{a_0H_0} \tag{14.22}$$

Этого всегда можно добиться, если $a(t)H(t) = \dot{a}(t)$ растет достаточно быстро от t_{Pl} до t_e

Решение проблемы горизонта

Оценим размер области, которая была причинно связана на момент t_e, в настоящее время.
Горизонт t_e:

$$l_{H,e} = a(t_e)\int_{t_{Pl}}^{t_e}\frac{dt}{a(t)} \tag{14.23}$$

$$l_{H,e}(t_0) = \frac{a_0}{a(t_e)}\, l_{H,e} = \frac{a_0}{a(t_e)}a(t_e)\int_{t_{Pl}}^{t_e}\frac{dt}{a} = a_0\int_{t_{Pl}}^{t_e}\frac{dt}{a} =$$

$$= \Big\backslash\, da = \dot{a}dt \Rightarrow dt = \frac{da}{\dot{a}} \,\Big\backslash =$$

$$= a_0\int_{a(t_{Pl})}^{a(t_e)}\frac{da}{a\dot{a}} = a_0\int_{a(t_{Pl})}^{a(t_e)}\frac{da}{a^2H} \tag{14.24}$$

a^2H – быстро растет, так как aH растет;
Будем предполагать, что H меняется относительно медленно (т.е. рост a близок экспоненциальному);
Интеграл набирается на нижнем пределе:

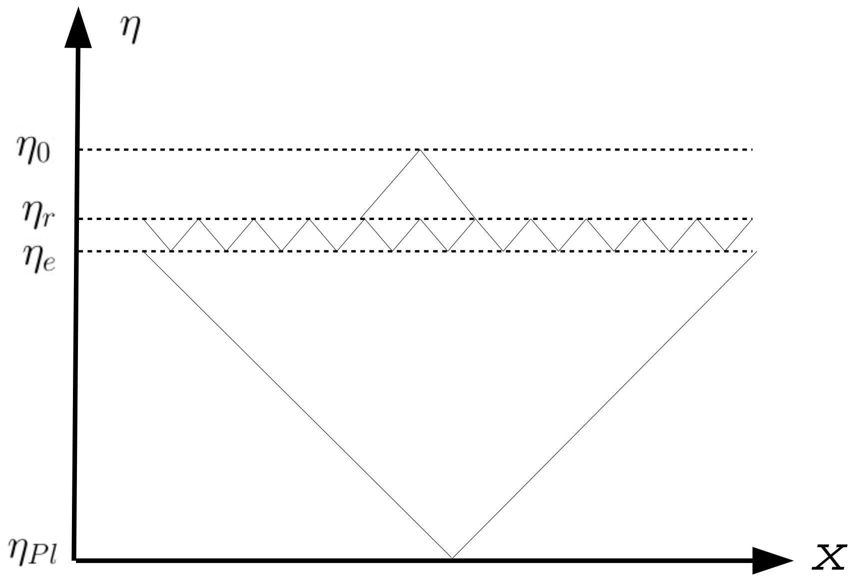
$$a_0\int_{a(t_{Pl})}^{a(t_e)}\frac{da}{a^2H} \sim \frac{a_0}{H(t_{Pl})}\int_{a(t_{Pl})}^{a(t_e)}\frac{da}{a^2} \sim \frac{a_0}{a(t_{Pl})H(t_{Pl})} \tag{14.25}$$

Сравним с горизонтом сейчас, если считать его от момента Большого взрыва = разогрева:

$$\frac{l_{H,e}(t_0)}{l_{H,0}} \simeq \frac{a_0}{a(t_{Pl})H(t_{Pl})} \times H_0 = \frac{a_0H_0}{a(t_{Pl})H(t_{Pl})} \tag{14.26}$$

$$\frac{a_0H_0}{a(t_{Pl})H(t_{Pl})} > 1 \Rightarrow \frac{l_{H,e}(t_0)}{l_{H,0}} > 1 \tag{14.27}$$

То же самое, что условие на кривизну (14.20) ⇒ проблема плоскостности и проблема горизонта решаются одновременно!



Оценка необходимой длительности инфляции

(14.22):

$$\frac{a(t_e)H(t_e)}{a(t_{Pl})H(t_{Pl})} \gtrsim \frac{a(t_e)H(t_e)}{a_0 H_0}$$

Из (14.22):

$$\frac{a(t_e)}{a(t_{Pl})} \gtrsim \frac{a(t_e)}{a_0}\frac{H(t_e)}{H_0}\frac{H(t_{Pl})}{H(t_e)} = \frac{T_0}{T_{reh}}\frac{H(t_{Pl})}{H_0} \quad (14.28)$$

Число e-фолдингов:

$$N_e^{(tot)} \equiv \ln\frac{a(t_e)}{a(t_{Pl})} \quad (14.29)$$

$$N_e^{(tot)} > \ln\frac{T_0}{H_0} + \ln\frac{H(t_{Pl})}{T_{reh}} \simeq \ln\frac{T_0}{H_0} + \ln\frac{M_{Pl}}{T_{reh}} \quad (14.30)$$

$$\frac{T_0}{H_0} \sim 10^{29};\ \ln 10^{29} \approx 67 \Rightarrow \quad (14.31)$$

$$N_e^{(tot)} > 67 + \ln\frac{M_{Pl}}{T_{reh}} \quad (14.32)$$

Для $T_{reh} = M_{Pl} \div 1\,\mathrm{TeV}$

$$N_e^{(min)} \simeq 70 \div 100 \quad (14.33)$$

Каково минимальное время инфляции, в секундах?

Если инфляция приблизительно экспоненциальна, то

$$N_e^{tot} \sim H_{infl}\Delta t_{infl} \quad (14.34)$$

$$H_{infl} \sim H(t_e) = \frac{T_{reh}^2}{M_{Pl}^*}\ [\text{см. } (14.10)] \quad (14.35)$$

$$\frac{T_{reh}^2}{M_{Pl}^*}\Delta t_{infl}^{min} = 70 \div 100 \Rightarrow \quad (14.36)$$

$$t_{infl}^{min} = M_{Pl}^*\frac{70 \div 100}{(M_{Pl} \div 1\,\mathrm{TeV})^2} = 10^{-42} \div 10^{-9}\,\text{сек} \quad (14.37)$$

Общие замечания

1. Эта оценка $N_e^{(min)}$ немного завышена из-за предположения о мгновенности разогрева. Принятое значение $N_e^{(min)} \simeq 60$.
2. Скорее всего $N_e^{(tot)} \gg N_e^{(min)} \Rightarrow \Omega_K \ll 0.001$.

3. Проблема энтропии решается разогревом в момент t_e (как – см. ниже)
4. Проблема начальных возмущений решается за счет квантовых флуктуаций поля инфлатона (см. ниже).
5. Проблема монополей.
   - Если $T_{reh} < M_{GUT}$, то монополи в горячей фазе никогдла не рождались.
   - Если монополи рождались *до* инфляции, то инфляция сделала их плотность пренебрежимо малой.

Модели инфляции

Де-Ситтеровская вакуумная инфляция

• Какая материя нужна, чтобы получить инфляцию?

• Простейший вариант уже известен: плотность вакуума, Λ-член:

$$T_{\mu\nu} = \Lambda g_{\mu\nu} \Rightarrow \rho = \Lambda,\ p = -\Lambda = -\rho \tag{14.38}$$

$$a(t) = \text{const} \times e^{H_{vac} t} \tag{14.39}$$

$$H_{vac} = \sqrt{\frac{8\pi}{3} \frac{\Lambda}{M_{Pl}^2}} \tag{14.40}$$

• Проблема: Инфляция не кончается (Роджер Пенроуз не согласен).

• Надо придумать что-то похожее на Λ-член, но не Λ-член, и чтобы инфляция естественным образом кончалась.

Скалярное поле

• В некоторых случаях ведет себя очень похоже на Λ-член, но инфляция кончается естественным способом и может закончиться разогревом – инфлатон.

• Рассматривается теория вещественного скалярного поля φ с действием (для минимальной связи):

$$S_\varphi = \int d^4x \sqrt{-g} \left[\frac{1}{2} g^{\mu\nu} \partial_\mu \varphi \partial_\nu \varphi - V(\varphi) \right] \tag{14.41}$$

Полное действие (без Λ-члена):

$$S = S_g + S_\varphi = \int d^4x \sqrt{-g} R + \int d^4x \sqrt{-g} \mathcal{L}(g, \varphi) \tag{14.42}$$

$\delta S = 0$ – общий принцип действия.

$$\begin{aligned} \delta S &= \delta S_g + \delta S_\varphi = \\ &= \int d^4x \, \frac{\delta S_g}{\delta g_{\mu\nu}} \delta g_{\mu\nu} + \int d^4x \left(\frac{\delta S_\varphi}{\delta g_{\mu\nu}} \delta g_{\mu\nu} + \frac{\delta S_\varphi}{\delta \varphi} \delta\varphi \right) = \\ &= \int d^4x \left(\frac{\delta S_g}{\delta g_{\mu\nu}} + \frac{\delta S_\varphi}{\delta g_{\mu\nu}} \right) \delta g_{\mu\nu} + \int d^4x \frac{\delta S_\varphi}{\delta \varphi} \delta\varphi \end{aligned} \tag{14.43}$$

$\delta g_{\mu\nu}$ и $\delta\varphi$ варьируются независимо, поэтому

$$\begin{cases} \dfrac{\delta S_g}{\delta g_{\mu\nu}} + \dfrac{\delta S_\varphi}{\delta g_{\mu\nu}} = 0 \rightarrow \text{Уравнения Эйнштейна} \\ \dfrac{\delta S_\varphi}{\delta \varphi} = 0 \rightarrow \text{Уравнения поля} \end{cases} \tag{14.44}$$

Требуется найти явный вид $\dfrac{\delta S_\varphi}{\delta\varphi}$.

$$\begin{aligned}\delta S_\varphi\big|_\varphi &= \int d^4x\sqrt{-g}\left[\frac{1}{2}g^{\mu\nu}\delta(\partial_\mu\varphi\partial_\nu\varphi)-\delta(V(\varphi))\right]=\\ &= \backslash\text{все считается просто }\bigstar\backslash = \\ &= -\int d^4x\left[\partial_\mu(\sqrt{-g}g^{\mu\nu}\partial_\nu\varphi)+\sqrt{-g}\,\frac{\partial V}{\partial\varphi}\right]\delta\varphi \Rightarrow\end{aligned} \tag{14.45}$$

$$\frac{\delta S_\varphi}{\delta\varphi} = -\left[\partial_\mu(\sqrt{-g}\,g^{\mu\nu}\partial_\nu\varphi)+\sqrt{-g}\frac{\partial V}{\partial\varphi}\right] \tag{14.46}$$

$$\boxed{\frac{1}{\sqrt{-g}}\,\partial_\mu(\sqrt{-g}\,g^{\mu\nu}\partial_\nu\varphi) = -\frac{\partial V}{\partial\varphi}} \tag{14.47}$$

Однородная и изотропная космология

Работаем в плоской метрике

$$ds^2 = dt^2 - a^2(t)d\mathbf{x}^2 \tag{14.48}$$

Рассматриваем только однородные поля φ

$$\partial_i\varphi = 0;\ \ i \geq 1 \tag{14.49}$$

Тогда

$$g = \begin{vmatrix} 1 & & & \\ & -a^2 & & \\ & & -a^2 & \\ & & & -a^2 \end{vmatrix} = -a^6 \Rightarrow \sqrt{-g} = a^3 \tag{14.50}$$

В уравнении остается только 0-компонента:

$$\frac{1}{a^3}\frac{\partial}{\partial t}\left(a^3 g^{00}\,\frac{\partial\varphi}{\partial t}\right) = -\frac{\partial V}{\partial\varphi} \Rightarrow \tag{14.51}$$

$$\boxed{\ddot\varphi + 3H\dot\varphi + \frac{\partial V}{\partial\varphi} = 0} \tag{14.52}$$

Скалярное поле как идеальная жидкость

ТЭИ однородного скалярного поля:

$$\delta S_\varphi\big|_g = -\frac{1}{2}\int d^4x\,\sqrt{-g}T^{\mu\nu}\delta g_{\mu\nu} \Rightarrow \tag{14.53}$$

$$T_{\mu\nu} = \partial_\mu\varphi\partial_\nu\varphi - g_{\mu\nu}\mathcal{L}(g,\varphi) \tag{14.54}$$

(см. (2.111))

В локально-лоренцевой системе отсчета, где $g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu}$

$$T_{00} \;=\; \frac{1}{2}\dot\varphi^2 + V(\varphi) \tag{14.55}$$

$$T_{ij} \;=\; \left[\frac{1}{2}\dot\varphi^2 - V(\varphi)\right]\delta_{ij} \tag{14.56}$$

Это похоже на идеальную жидкость с плотностью и давлением:

$$\rho(\varphi) \;=\; \frac{1}{2}\dot\varphi^2 + V(\varphi) \tag{14.57}$$

$$p(\varphi) \;=\; \frac{1}{2}\dot\varphi^2 - V(\varphi) \tag{14.58}$$

Если $\dot{\varphi}$ мало, то жидкость очень похожа на вакуум $\rho \approx -p$!

Размерности

$$T_{00} = \frac{1}{2}\dot{\varphi}^2 + V(\varphi) \tag{14.59}$$

$$T_{ij} = \left[\frac{1}{2}\dot{\varphi}^2 - V(\varphi)\right]\delta_{ij} \tag{14.60}$$

$$\rho(\varphi) = \frac{1}{2}\dot{\varphi}^2 + V(\varphi) \tag{14.61}$$

$$p(\varphi) = \frac{1}{2}\dot{\varphi}^2 - V(\varphi) \tag{14.62}$$

$$[V] = \mathrm{GeV}^4 \Rightarrow [\dot{\varphi}]^2 = \mathrm{GeV}^4 \Rightarrow [\dot{\varphi}] = \mathrm{GeV}^2 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow [\varphi] = \mathrm{GeV}; \quad V \sim g\varphi^n \Rightarrow [g] = \mathrm{GeV}^{4-n} \tag{14.63}$$

Если $\dot{\varphi}$ мало (*медленное скатывание*), то ТЭИ скалярного поля очень похож на ТЭИ Λ-члена:

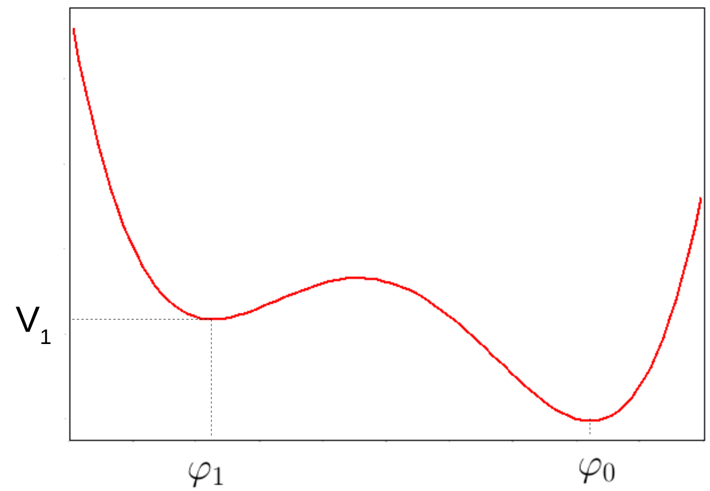
$$T \approx \begin{pmatrix} V(\varphi) & & & \\ & -V(\varphi) & & \\ & & -V(\varphi) & \\ & & & -V(\varphi) \end{pmatrix} \tag{14.64}$$

Если кроме поля φ («инфлатон») другой материи нет и поле меняется медленно, получим экспоненциальное расширение – инфляцию.

$$\boxed{\ddot{\varphi} + 3H\dot{\varphi} + \frac{\partial V}{\partial \varphi} = 0} \tag{14.65}$$

За счет чего можно получить медленное скатывание?

- Первая идея – сценарий Гута (Alan Guth), «старая инфляция» (1980)



Пока φ сидит в минимуме φ_1, $\dot{\varphi} = 0$ точно, $p = -\rho$ точно.
φ_1 – ложный вакуум, φ_0 – истинный вакуум.

- Поле φ локально квантово туннелирует из φ_1 в φ_0 с образованием пузырей истинного вакуума $\Rightarrow$ механизм остановки инфляции.
- Горячая материя образуется пристолкновении стенок пузырей.
- Проблема: оказалось, что из-за инфляции пузыри никогда не сталкиваются $\Rightarrow$ сценарий не работает.

Основные режимы для уравнения скалярного поля

$$(14.65): \ \ddot{\varphi} + 3H\dot{\varphi} + \frac{\partial V}{\partial \varphi} = 0 \quad (14.66)$$

Уравнение (14.65) похоже на уравнение осциллятора с трением.
Отсюда два основных режима для решений:
- Режим быстрого скатывания → осцилляции
- Режим медленного скатывания → инфляция

1. Режим быстрого скатывания

$$H\dot{\varphi} \ll \ddot{\varphi} \Rightarrow \ddot{\varphi} + V'(\varphi) = 0 \quad (14.67)$$

– осцилляции вблизи минимума $V(\varphi)$

Пример: потенциал вблизи минимума квадратичен:

$$V(\varphi) = \frac{m^2}{2}\varphi^2 \quad (14.68)$$

Учтем явно малый член с $\dot{\varphi}$. Из (14.65):

$$\ddot{\varphi} + 3\frac{\dot{a}}{a}\dot{\varphi} + m^2\varphi = 0 \quad (14.69)$$

Уравнение гармонического осциллятора с зависящим от времени коэффициентом затухания.

$$\varphi(t) = \frac{1}{a^{3/2}}\,\chi(t) \quad (14.70)$$

$$\ddot{\chi} + \left[m^2 - \frac{3}{2}\frac{\ddot{a}}{a} - \frac{3}{4}\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2\right]\chi = 0 \quad (14.71)$$

Для степенных и экспоненциальных $a(t)$ имеет место:

$$\ddot{a} \sim \frac{\dot{a}}{a} \Rightarrow \frac{\ddot{a}}{a} \sim \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = H^2 \quad (14.72)$$

Потребуем $m^2 \gg H^2$ (иначе не будет быстрого скатывания). Тогда

$$\ddot{\chi} + m^2\chi = 0 \Rightarrow \quad (14.73)$$

$$\chi(t) = \chi_* \cos(mt + \beta) \Rightarrow \quad (14.74)$$

$$\varphi(t) = \frac{\chi_*}{a^{3/2}(t)}\cos(mt + \beta) \quad (14.75)$$

– осцилляции с затуханием.

2. Режим медленного скатывания

- «Первое условие медленного скатывания»

$$\frac{1}{2}\dot{\varphi}^2 \ll V(\varphi) \quad (14.76)$$

– на самом деле условие вакуумоподобности:

$$p(\varphi) = -\rho(\varphi) + \dot{\varphi}^2 \approx -\rho(\varphi) \quad (14.77)$$

При доминировании $V(\varphi)$ получаем инфляцию.

• Медленное скатывание за счет «вязкости»

$$\ddot{\varphi} + 3H\dot{\varphi} + V'(\varphi) = 0 \tag{14.78}$$

Трение велико, если

$$\ddot{\varphi} \ll 3H\dot{\varphi} \Rightarrow \frac{\ddot{\varphi}}{3H\dot{\varphi}} \ll 1 \tag{14.79}$$

Имеют место два условия:

$$\frac{\dot{\varphi}^2}{2V(\varphi)} \ \ll \ 1 - \text{из ТЭИ} \tag{14.80}$$

$$\frac{\ddot{\varphi}}{3H\dot{\varphi}} \ \ll \ 1 - \text{из ур. движения} \tag{14.81}$$

• Если выполнены оба условия, то имеется *квази-экспоненциальное* расширение Вселенной и уравнения сильно упрощаются:

Действительно, исходим из полной системы:

$$\begin{cases} \ddot{\varphi} + 3H\dot{\varphi} + V'(\varphi) = 0 \\ H^2 = \dfrac{8\pi}{3M_{Pl}^2}\left(\dfrac{1}{2}\dot{\varphi}^2 + V(\varphi)\right) \end{cases} \tag{14.82}$$

При выполнении условий (14.80), (14.81) приводятся к виду:

$$\dot{\varphi} \ = \ -\frac{1}{3H}V'(\varphi) \tag{14.83}$$

$$H \ = \ \frac{1}{M_{Pl}}\left(\frac{8\pi}{3}V(\varphi)\right)^{1/2} \tag{14.84}$$

Из (14.84):

$$\frac{\dot{a}}{a} = \frac{1}{M_{Pl}}\left(\frac{8\pi}{3}V\right)^{1/2} \Rightarrow \tag{14.85}$$

$$a(t) = a_i \exp\left\{\left(\frac{8\pi}{3M_{Pl}^2}\right)^{1/2}\int_{t_i}^{t}[V(\varphi(t))]^{1/2}dt\right\} \tag{14.86}$$

Расширение близко к экспоненциальному в том смысле, что изменение H за хаббловское время много меньше H:

$$\dot{H}\frac{1}{H} \ll H \Rightarrow \frac{\dot{H}}{H^2} \ll 1 \tag{14.87}$$

Из (14.84):

$$\dot{H} = \frac{1}{2M_{Pl}}\left(\frac{8\pi}{3V}\right)^{1/2} V'(\varphi)\dot{\varphi} \tag{14.88}$$

Из (14.84) и (14.88):

$$\frac{\dot{H}}{H} = \frac{1}{2}\frac{V'}{V}\dot{\varphi} = \backslash(14.83)\backslash = -\frac{3}{2}\frac{\dot{\varphi}^2}{V}H \Rightarrow$$

$$\left|\frac{\dot{H}}{H^2}\right| = \frac{3}{2}\frac{\dot{\varphi}^2}{V} \ll 1 \tag{14.89}$$

Из (14.80) следует, что это и правда так при медленном скатывании.