

## Лекция 7

Закалка нейтрино. Закалка нейтронов. Нуклеосинтез. Синтез первичного гелия. Темная материя и закалка темной материи.

## Закалка нейтрино

Температура – МэВы

$e^-, e^+$  – ультрарелятивистские

$\mu, \tau$  – уже проаннигилировали

Барионы – нерелятивистские

Процессы:  $\nu + e \rightleftharpoons \nu + e$     рассеяние  
 $\nu + \nu \rightleftharpoons \nu + \nu$     рассеяние  
 $\nu + \bar{\nu} \rightleftharpoons e^+ + e^-$     аннигиляция

Сечение процессов, по размерности:

$$G_F = 1.17 \cdot 10^{-5} \text{ ГэВ}^{-2} \quad (7.1)$$

$$\sigma_\nu \sim G_F^2 E^2 [\text{ГэВ}^{-4} \cdot \text{ГэВ}^2 = \text{ГэВ}^{-2}] \quad (7.2)$$

Время свободного пробега

$$\begin{aligned} \tau_\nu &= \frac{1}{\langle \sigma_\nu v n \rangle} = \langle v \sim 1 \rangle = \frac{1}{\sigma_\nu n} = \\ &= \left\langle n = \frac{3}{4} g_* \frac{\zeta(3)}{\pi^2} T^3 \right\rangle \sim \frac{1}{\sigma_\nu T^3} \sim \frac{1}{G_F^2 T^5} \quad (7.3) \end{aligned}$$

Хаббловское время

$$\frac{1}{H} = \frac{M_{Pl}^*}{T^2}; \quad g_* = 2 + \frac{7}{8}(2+2) + 3 \cdot 2 \cdot \frac{7}{8} \langle \gamma, e^\pm, \nu \rangle \quad (7.4)$$

Условие закалки  $\nu$ :

$$\tau_\nu \sim \frac{1}{H} \Rightarrow \frac{1}{G_F^2 T^5} \sim \frac{M_{Pl}^*}{T^2} \quad (7.5)$$

$$T_{\nu, f} \sim \sqrt[3]{\frac{1}{G_F^2 M_{Pl}^*}} \approx 1.5 \text{ МэВ} \star \quad (7.6)$$

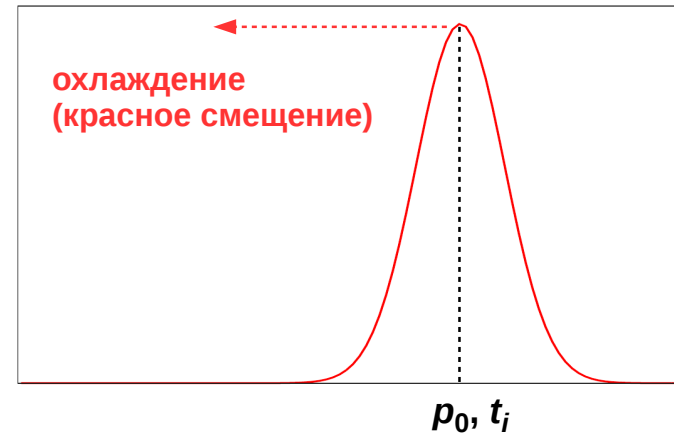
Возраст Вселенной для  $T_{\nu, f}$

$$t_{\nu, f} = \frac{1}{2H} = \frac{1}{2} \frac{M_{Pl}^*}{T_{\nu, f}^2} \approx 0.3 \text{ сек} \quad (7.7)$$

**Функция распределения по импульсам для газа не взаимодействующих частиц**  
(как  $\nu$  после закалки).

Функции распределения замороженные и не равновесные.

$$f(\mathbf{p}, t) = \frac{a(t)}{a(t_i)} f_i \left( \frac{a(t)}{a(t_i)} \mathbf{p} \right) \quad (7.8)$$



Сейчас:

$$T_\nu(t_0) = T_{\nu,f} \frac{a(t_{\nu,f})}{a(t_0)} = \frac{T_{\nu,f}}{1 + z_{\nu,f}} \quad (7.9)$$

- Сначала  $T_\nu$  и  $T_\gamma$  падают одинаково.
- После закалки нейтрино,  $T_{\nu,f} = 1.5 \text{ МэВ}$  остается много  $e^\pm$ , которые аннигилируют **позже** и дополнительно подогревают газ фотонов.

На сколько?

Сохранение энтропии:

$$s = g_* \frac{4\pi^2}{90} T^3; \quad sa^3(t) = \text{const} \Rightarrow \quad (7.10)$$

$$g_*(T) a^3 T^3 = \text{const} \quad (7.11)$$

После закалки  $\nu$ , но перед аннигиляцией  $e^+, e^-$  в электрон-фотонную энтропию дают вклад  $\gamma, e^+, e^-$ :

$$g_*^{em}(\text{before}) = 2 + \frac{7}{8}(2 + 2) = \frac{11}{2} \quad (7.12)$$

После аннигиляции  $e^+, e^-$ :

$$g_*^{em}(\text{after}) = 2 \Rightarrow \quad (7.13)$$

$a$  меняется мало за время аннигиляции

$$g_*^{em}(\text{before}) a^2 T_{\nu,\gamma}^3 = g_*^{em}(\text{after}) a^2 T_\gamma^3 \Rightarrow \quad (7.14)$$

$$\frac{T_\gamma^3}{T_{\nu,\gamma}^3} = \frac{g_*^{em}(\text{before})}{g_*^{em}(\text{after})} = \frac{11/2}{2} = \frac{11}{4} \Rightarrow \quad (7.15)$$

$$\boxed{\frac{T_\gamma}{T_\nu} = \left(\frac{11}{4}\right)^{1/3}} \quad (7.16)$$

Сейчас:

$$T_\nu = \frac{2.73 \text{ К}^\circ}{(11/4)^{1/3}} = 1.95 \text{ К}^\circ \quad (7.17)$$

Релятивистская ф.р.  $\nu$  заморожена  $\Rightarrow$

Плотность реликтовых нейтрино каждого типа (частицы + античастицы)

$$n_\nu = \frac{3}{4} \cdot 2 \cdot \frac{\zeta(3)}{\pi^2} T_\nu^3 = 112 \text{ см}^{-3} \star \quad (7.18)$$

(даже если нейтрино массивные и сейчас нерелятивистские!)

**Ограничение сверху на массу нейтрино**

$m_\nu \gg T_\nu$

$$\rho_{\nu_i} \cong m_{\nu_i} n_\nu \quad (7.19)$$

$$\Omega_{\nu_i} = \frac{\rho_{\nu_i}}{\rho_c} = \frac{m_{\nu_i} \times 112 \text{ см}^{-3}}{1.88 \cdot 10^{-29} \text{ г}^2/\text{см}^3} = \frac{m_{\nu_i}}{1 \text{ эВ}} \times 0.01 h^{-2} \star \quad (7.20)$$

Потребуем  $\sum \Omega_{\nu_i} \ll \Omega_M \Rightarrow$

$$\sum_i m_{\nu_i} 0.01 h^{-2} \ll \Omega_M \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sum_i m_{\nu_i} \ll 100 h^2 \Omega_M \text{ эВ} \approx 14 \text{ эВ} \Rightarrow \sum_i m_{\nu_i} \lesssim 2 \text{ эВ} \quad (7.21)$$

(современное ограничение по всем наблюдениям:  
 $\sum m_{\nu_i} \lesssim 1 \text{ эВ}$ )

## Закалка нейтронов

При высоких температурах и плотностях  $n$  и  $p$  находятся в равновесии за счет слабых процессов

$$p + e^- \leftrightarrow n + \nu_e, \quad n + e^+ \leftrightarrow p + \bar{\nu}_e \quad (7.22)$$

Характерные масштабы энергии:

$$\begin{aligned} \Delta m &= m_n - m_p = 1.3 \text{ МэВ} \\ m_e &= 0.51 \text{ МэВ} \end{aligned} \quad (7.23)$$

Будем считать  $T \gg \Delta m, m_e$

$$\sigma_{pn} \sim G_F^2 E^2; \quad \tau_{pn} = \frac{1}{\sigma_{pn} v n} \sim \frac{1}{G_F^2 T^5} \quad (7.24)$$

$\tau_{pn}$  определяется электронами и нейтрино, которые УР.

Закалка нейтронов:

$$\tau_{np} \sim \frac{1}{H} = \frac{T^2}{M_{Pl}^*} \quad (7.25)$$

Релятивистские  $\gamma, e^\pm, \nu$ :

$$g_* = 2 + \frac{7}{8} \cdot 4 + \frac{7}{8} \cdot 2 \cdot 3 \quad (7.26)$$

– точно как для закалки  $\nu$ , и снова

$$T_{n,f} \sim \sqrt[3]{\frac{1}{G_F^2 M_{Pl}^*}} = 1.5 \text{ МэВ} \quad (7.27)$$

Не очень согласуется с  $T_{n,f} \gg \Delta m$ !

Более точное значение (из кинетических уравнений):

$$T_{n,f} \approx 0.75 \text{ МэВ}, \quad t_{n,f} \approx 1.2 \text{ сек} \quad (7.28)$$

## Остаточная концентрация нейтронов

В равновесии

$$\mu_p + \mu_e = \mu_n + \mu_\nu \Rightarrow \mu_n = \mu_p + \mu_e - \mu_\nu \quad (7.29)$$

$p, n$  – нерелятивистские  $\Rightarrow \mu_p \sim m_p, \mu_n \sim m_n$   
 $e, \nu$  – ультрарелятивистские  $\Rightarrow \mu_e, \mu_\nu$  – малы\*

$$\mu_n = \mu_p + \mu_e - \mu_\nu \approx \mu_p \quad (7.30)$$

$$n_p = 2 \left( \frac{m_p T}{2\pi} \right)^{3/2} e^{(\mu_p - m_p)/T} \quad (7.31)$$

$$n_n = 2 \left( \frac{m_n T}{2\pi} \right)^{3/2} e^{(\mu_n - m_n)/T} \quad (7.32)$$

Отсюда, в момент замораживания ( $T = T_{n,f}$ )

$$\frac{n_n}{n_p} \cong e^{-(m_n - m_p)/T_{n,f}} = e^{-\Delta m/T_{n,f}} \quad (7.33)$$

Для  $T_{n,f} = 0.75 \text{ МэВ}$

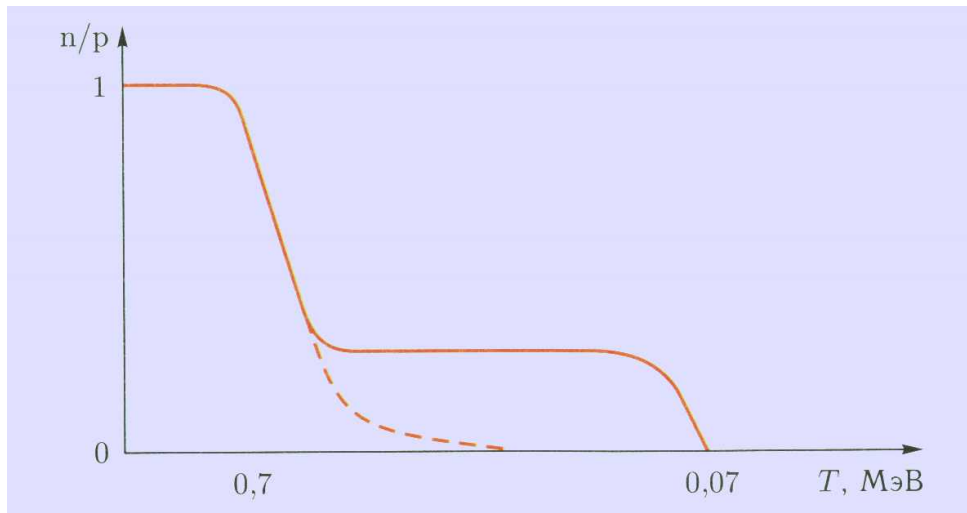
$$\frac{n_n}{n_p} = e^{-1.3/0.75} \approx 0.18 \quad (7.34)$$

Отношение через  $T_{n,f}$  зависит от  $g_*$ , которое зависит от предположения  $N_\nu = 3$ . Так как  $n_n/n_p$  радикально влияет на первичный нуклеосинтез (количество  $^4\text{He}$ ) то гипотезы могут быть проверены.

---

\*Более аккуратное обоснование  $\mu_n \approx \mu_p$  (7.30) см. Горбунов, Рубаков, Т.1, 8.1. ( $\mu_e \sim \mu_\nu \sim 10^{-3} \text{ эВ}$ ).

Сначала концентрация нейтронов равновесным образом падает относительно концентрации протонов из-за разницы в массах, потом нейтроны выходят из равновесия (замораживаются).



## Нуклеосинтез

Кажется, что ядро  $A, Z$  начнет эффективно синтезироваться после того, как температура станет ниже энергии связи этого ядра. Это ошибка.

- Рассматриваем задачу синтеза общего ядра  $A, Z$ , предполагая, что синтез возможен через некоторую цепочку реакций.
- Рассматриваем только термодинамику реакции предполагая равновесие.

В равновесии:

$$n_n = 2 \left( \frac{m_p T}{2\pi} \right)^{3/2} e^{(\mu_n - m_n)/T} \quad (7.35)$$

$$n_p = 2 \left( \frac{m_p T}{2\pi} \right)^{3/2} e^{(\mu_p - m_p)/T} \quad (7.36)$$

(в предэкспоненциальном множителе не различаем  $m_n$  и  $m_p$ )

$$\mu_A = \mu_p Z + \mu_n (A - Z) \quad (7.37)$$

(это следствие равновесия)

$$\begin{aligned} n_A &= g_A \left( \frac{A m_p T}{2\pi} \right)^{3/2} e^{(\mu_A - m_A)/T} = \\ &= \sqrt{\Delta_A = Z m_p + (A - Z) m_n - m_A} = \\ &= g_A \left( \frac{A m_p T}{2\pi} \right)^{3/2} e^{[Z(\mu_p - m_p) + (A - Z)(\mu_n - m_n) + \Delta_A]/T} \quad (7.38) \end{aligned}$$

$$e^{(\mu_p - m_p)/T} = n_p / 2 \left( \frac{m_p T}{2\pi} \right)^{3/2} \Rightarrow \quad (7.39)$$

$$e^{Z(\mu_p - m_p)/T} = \left[ n_p / 2 \left( \frac{m_p T}{2\pi} \right)^{3/2} \right]^Z \quad (7.40)$$

$$e^{(A-Z)(\mu_n - m_n)/T} = \left[ n_n / 2 \left( \frac{m_p T}{2\pi} \right)^{3/2} \right]^{(A-Z)} \quad (7.41)$$

$$\begin{aligned} n_A &= g_A \left( \frac{A m_p T}{2\pi} \right)^{3/2} \left[ \frac{n_p}{2 \left( \frac{m_p T}{2\pi} \right)^{3/2}} \right]^Z \left[ \frac{n_n}{2 \left( \frac{m_p T}{2\pi} \right)^{3/2}} \right]^{A-Z} e^{\Delta_A/T} = \\ &= g_A n_p^Z n_n^{A-Z} 2^{-A} A^{3/2} \left( \frac{2\pi}{m_p T} \right)^{\frac{3}{2}(A-1)} e^{\Delta_A/T} \quad (7.42) \end{aligned}$$

(«Формула Саха»)

Концентрация нуклонов, связанных в ядре ( $A, Z$ ):

$$\begin{aligned} X_A &\equiv \frac{A \times n_A}{n_B} = \\ &= g_A X_p^Z X_n^{A-Z} n_B^{A-1} 2^{-A} A^{5/2} \left( \frac{2\pi}{m_p T} \right)^{\frac{3}{2}(A-1)} e^{\Delta_A/T} \quad (7.43) \end{aligned}$$

При той же самой температуре

$$n_B = \eta_B n_\gamma = \eta_B \times 2 \frac{\zeta(3)}{\pi^2} T^3 = 0.24 \eta_B T^3 \quad (7.44)$$

Подставляем  $n_B$  в (7.43):

$$X_A = g_A X_p^Z X_n^{A-Z} 2^{-A} A^{5/2} \left[ \eta_B^{A-1} \left( \frac{2.5T}{m_p} \right)^{\frac{3}{2}(A-1)} \right] e^{\Delta_A/T} \quad (7.45)$$

Очень малый множитель:

$$\eta_B^{A-1} \left( \frac{2.5T}{m_p} \right)^{\frac{3}{2}(A-1)} \Rightarrow \quad (7.46)$$

Чтобы  $X_A$  было не очень мало нужна температура  $T \ll \Delta_A$

Начало ядерного синтеза: реакция  $p + n \rightarrow D + \gamma$

• Когда реакция  $p + n \rightarrow D + \gamma$  становится термодинамически выгодной? Вот когда:

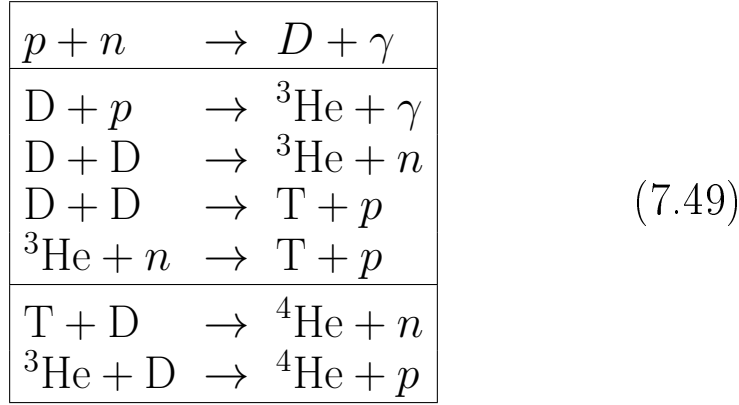
$$X_D = X_p X_n \sqrt{2} \eta_B \left( \frac{2.5 T_{NS}}{m_p} \right)^{3/2} e^{\Delta_D/T_{NS}} \sim 1 \quad (7.47)$$

$\Delta_D = 2.23$  МэВ,  $X_p X_n = 0.14$  (после заковки  $n$ )  $\Rightarrow$  Численно (начало нуклеосинтеза):

$$T_{NS} \approx 65 \text{ КэВ}; \quad t_{NS} \approx 4.5 \text{ мин} \quad (7.48)$$

## Синтез гелия

Термодинамически выгодным является продолжение синтеза D до  ${}^4\text{He}$ .



Концентрация адронов, связанных в ядре  $(A, Z)$  (формула (7.45)):

$$X_A = g_A X_p^Z X_n^{A-Z} 2^{-A} A^{5/2} \eta_B^{A-1} \left( \frac{2.5T}{m_p} \right)^{\frac{3}{2}(A-1)} e^{\Delta A/T} \quad (7.50)$$

Оценим равновесные концентрации всех прочих ядер, считая, что концентрация  ${}^4\text{He} \sim 1$

Из (7.45):

$$X_{4\text{He}} \sim X_p^2 X_n^2 \eta_B^3 \left( \frac{2.5T_{NS}}{m_p} \right)^{9/2} e^{\Delta_{4\text{He}}/T_{NS}} \quad (7.51)$$

Считаем  $X_p^2 \sim 1$ , выражаем  $X_n$ :

$$X_n \sim X_{4\text{He}}^{1/2} \eta_B^{-3/2} \left( \frac{2.5T_{NS}}{m_p} \right)^{-9/4} e^{-\Delta_{4\text{He}}/2T_{NS}} \quad (7.52)$$

Подставляем  $X_n$  в (7.45) для произвольного ядра  $(A, Z)$ , считая  $X_{4\text{He}} \sim 1$ :

$$\begin{aligned} X_A &\sim \left[ \eta_B \left( \frac{2.5T_{NS}}{m_p} \right)^{3/2} \right]^{\frac{3}{2}Z - \frac{1}{2}A - 1} \times \\ &\quad \times \exp \left( \frac{\Delta_A - \Delta_{4\text{He}}(A - Z)/2}{T_{NS}} \right) \approx \\ &\approx 10^{7.4(A+2-3Z)} \exp \left\{ \frac{(A - Z)[\Delta_A/(A - Z) - \Delta_{4\text{He}}/2]}{T} \right\} \quad (7.53) \end{aligned}$$

Только для  ${}^4\text{He}$  экспонента  $\sim 1$ .

Для всех других ядер

$$\Delta_A/(A - Z) - \Delta_{4\text{He}}/2 < 0 \quad (7.54)$$

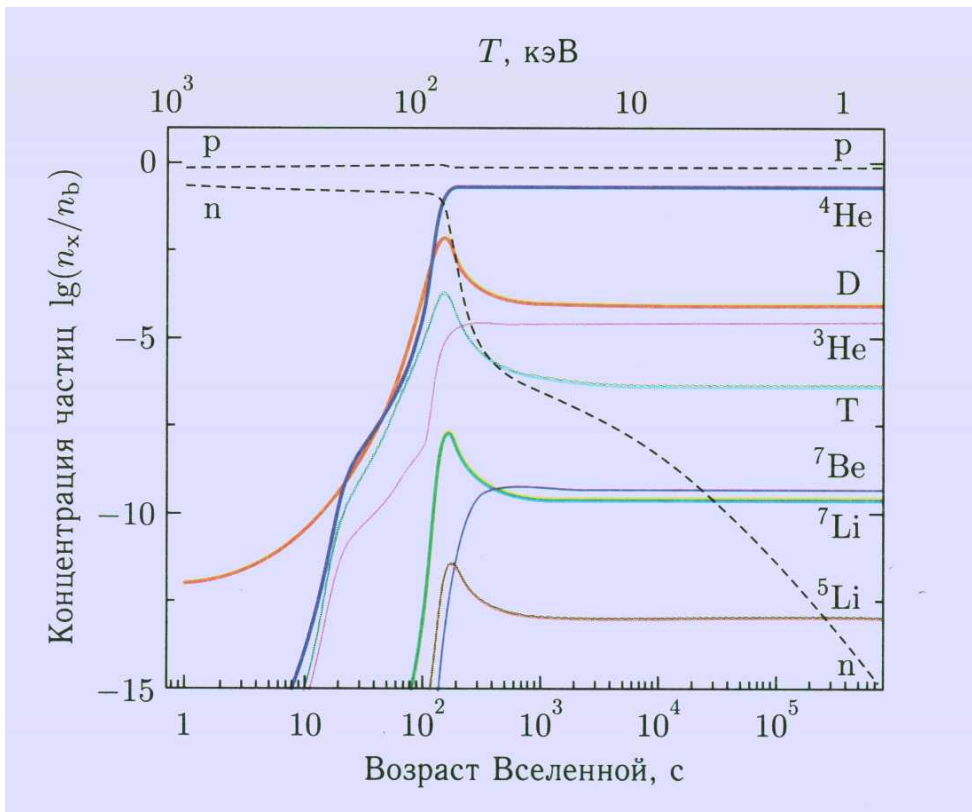
и экспонента очень мала.

При  $T_{NS} = 65$  кэВ из (7.53):

$$X_D \sim 10^{-79}, \quad X_{3\text{He}} \sim 10^{-118}, \dots \quad (7.55)$$

Это равновесные концентрации, но в действительности для большинства реакций равновесия нет.

Но качественный вывод верен –  ${}^4\text{He}$  сильно преобладает из-за высокой энергии связи на нуклон.



### Остаточная концентрация ${}^4\text{He}$

Все нейтроны, не распавшиеся к  $t_{NS} = 4.5$  мин, входят в  ${}^4\text{He}$ .

$$n_{4\text{He}}(t_{NS}) = \frac{1}{2}n_n(t_{NS}) \quad (7.56)$$

$$\frac{n_n(t_{NS})}{n_p(t_{NS})} \cong 0.2 \cdot e^{-t_{NS}/\tau_n} \approx \frac{1}{7} \quad (\tau_n = 886 \text{ сек}) \quad (7.57)$$

Массовая доля  ${}^4\text{He}$ :

$$\begin{aligned} X_{4\text{He}} &= \frac{m_{4\text{He}}n_{4\text{He}}}{m_p(n_p + n_n)} = \frac{4 \cdot \frac{1}{2}n_n(t_{NS})}{n_p + n_n} = \\ &= \frac{2}{\frac{n_p(t_{NS})}{n_n(t_{NS})} + 1} \approx 25\% \quad (7.58) \end{aligned}$$

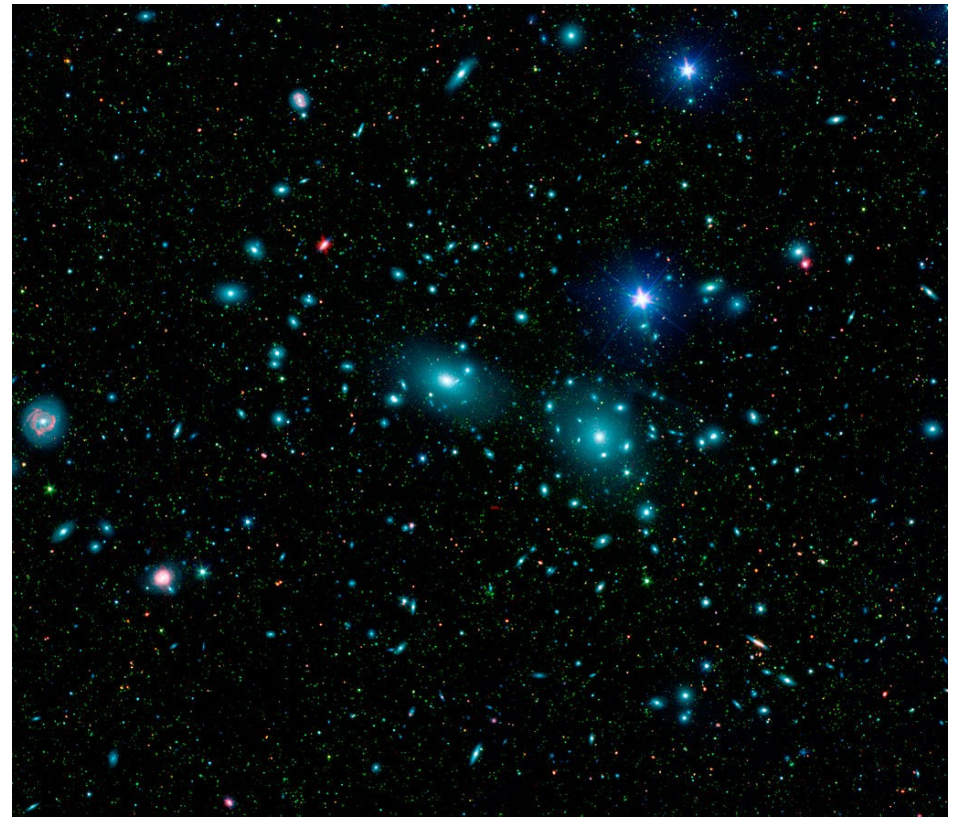
## Темная материя

### 1. Скорости галактик в скоплениях

Теорема о вириале:  $\langle T \rangle = \langle U \rangle$ .

Фриц Цвикки, 1937. Скопление Кома (Волосы Вероники): Масса скопления в десятки раз превышает массу видимого вещества. «Темная материя» – термин Цвикки.

F. Zwicky. 1937, ApJ, 86, 217.





## 2. Плоские кривые вращения галактик

Ожидается  $V \propto \sqrt{R}$

Туманность Андромеды (Хорес Бэбкок, 1939)

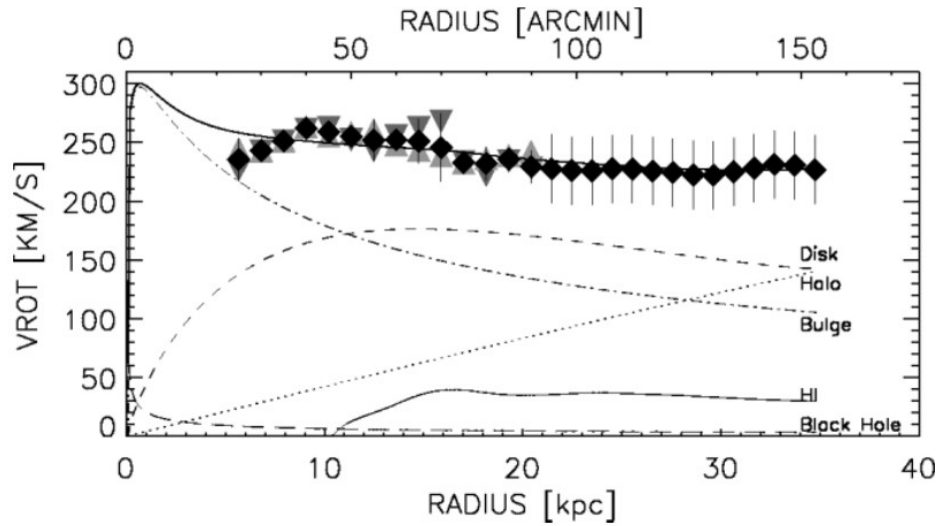
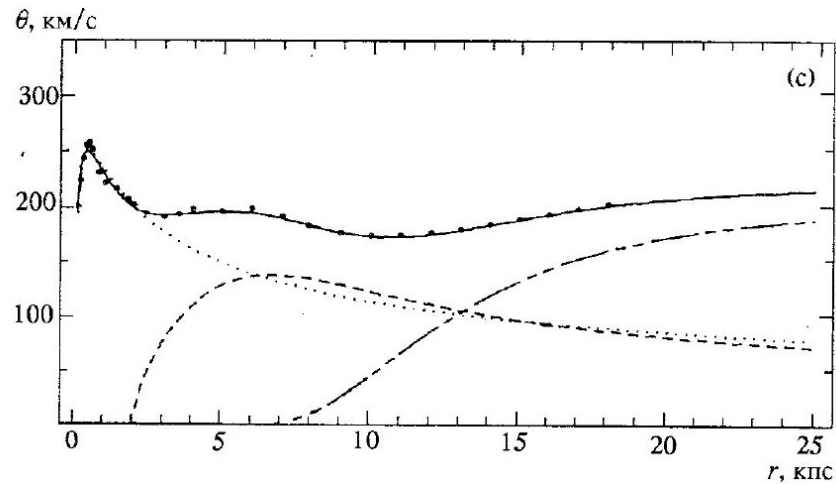


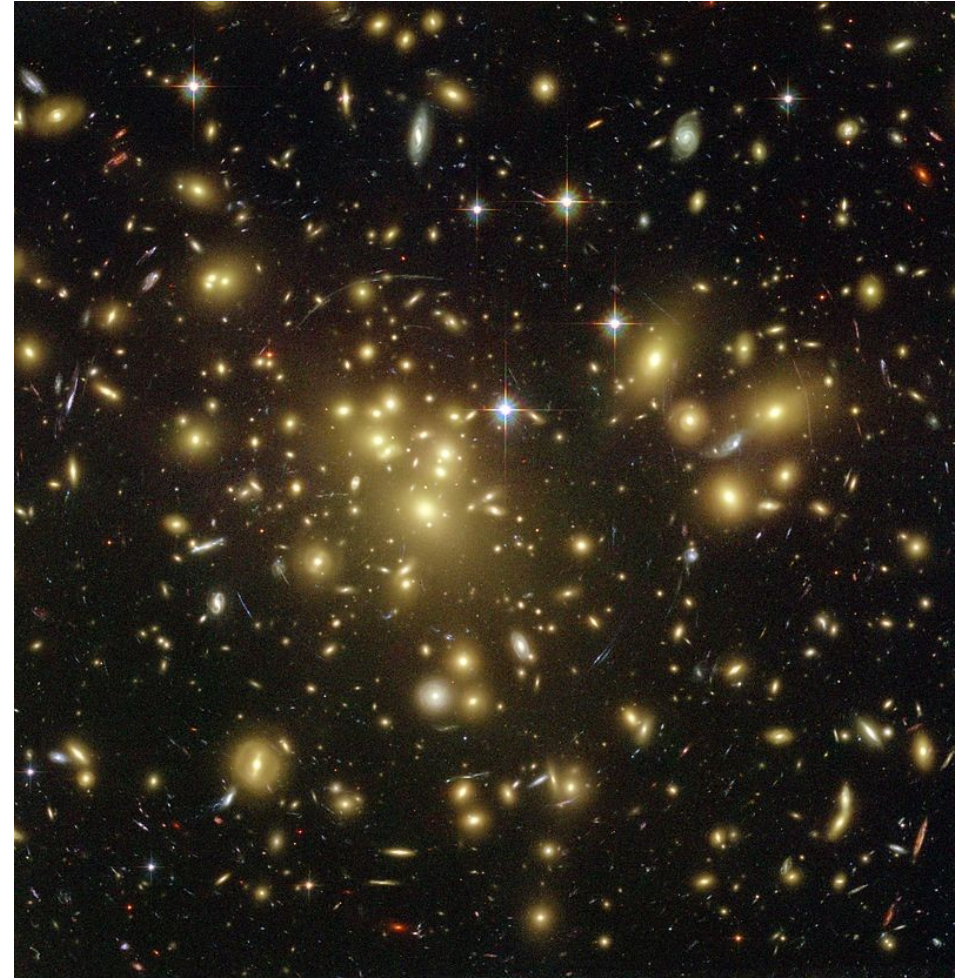
FIG. 2.—Rotation curve and mass model for M31. The new rotation velocities from the Effelsberg and GBT 100 m observations are for  $R > 21$  kpc.

Млечный Путь



## 3. Сильное гравитационное линзирование скоплениями галактик

Дает результаты, согласующиеся с измерением скоростей в скоплениях галактик.



Скопления галактик Abell 1689. Снимок космического телескопа Хаббл (HST). Галактики самого скопления изображены жёлтым цветом. Галактики на заднем фоне (синие и красные) изогнуты в длинные дуги.

#### 4. Удержание горячего газа эллиптическими галактиками



Эллиптическая галактика ESO 325-G004  
Гравитационного поля одних только звезд и газа недостаточно для удержания горячего газа эллиптической галактики.

#### 5. Карликовые галактики низкой поверхностной яркости

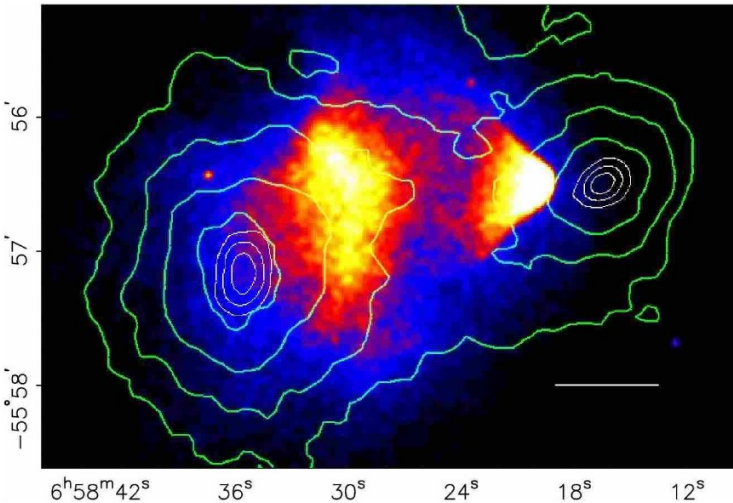
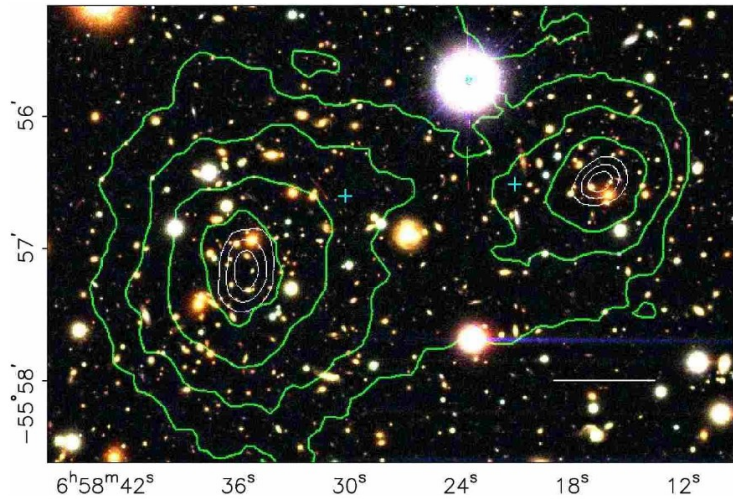
Состоят на  $> 95\%$  из невидимого вещества.



Карликовая неправильная галактика в Стрельце.

Млечный путь имеет не менее 6 ultra-faint спутников с отношением долей массы темного вещества  $99.9\%$  (arXiv:0706.0516).

**6. Сталкивающиеся кластеры галактик: распределение масс видимого вещества отличается от распределения масс, определенного по гравитационному линзированию: модельно-независимое доказательство существования темной материи.**



1E0657-558 ( $z=0.296$ ),  
распределение горячего газа  
(масс-доминирующая компонента), X-ray

Astrophys.J.648:L109-L113,2006 (astro-ph/0608407)

**Что такое темная материя?**

*MOND (MOdified Newtonian Dynamics) и другие модифицированные теории гравитации.*

Темная материя – не материя, а модификация закона тяготения при малых ускорениях/больших расстояниях.

Проблема: недостаточная универсальность.

- Центр тяготения всегда должен быть совмещен с центром масс барионной материи, что иногда не так (например, в парах взаимодействующих галактических кластеров).
- Отношение гравитирующей материи к барионной материи должно быть постоянным, что не так.

*Темная материя – «материя»*

- Небарионная. Крупные объекты давали бы интенсивное микролинзирование, мелкие объекты – интенсивное поглощение и рассеяние света.
- Электрически нейтральная. Заряженная темная материя интенсивно излучала бы или поглощала э.м. излучение. Коллапсировала бы в крупные объекты.
- Если это частицы, то взаимодействуют только слабо и гравитационно – WIMPy (Weakly Interacting Massive Particles) в широком смысле. Или даже только гравитационно.

## Холодная, теплая и горячая ТМ

- *Холодная темная материя.* Выход из термодинамического равновесия при температуре  $T_f < M_X$ . Имеет место для  $M_X \gtrsim 30 \text{ КэВ}$ . WIMPy (Weakly Interacting Massive Particles) в узком смысле.
- *Теплая темная материя.* Массы между  $\sim 1 \text{ эВ}$  и  $30 \text{ КэВ}$ . Частицы не являются релятивистскими на момент перехода от РД к ДМ стадии ( $T_{eq} \sim 1 \text{ эВ}$ ), но являются релятивистскими на момент замораживания.
- *Горячая темная материя.*  $M_X < 1 \text{ эВ}$ . Частицы УР на момент перехода от РД к ДМ стадии. Исключена, т.к. не допускает образования гравитационно связанных объектов (см. ниже).

## Основные кандидаты

- Нейтралино – легчайшая SUSY частица, смесь суперпартнёров Z-бозона, фотона и бозона Хиггса.  
 $M_X \sim n \times GeV$
- Снейтрино – легчайший суперпартнер нейтрино.  
 $M_X \sim n \times GeV$
- Гравитино – суперпартнер гравитона ( $\Rightarrow$  гравитация – калибровочная теория по группе Пуанкаре  $\Rightarrow$  теория Эйнштейна-Картана).  
 $M_X \sim n \times GeV$
- Аксионоподобные частицы (аксион – решает проблему возможного сильного нарушения CP-инвариантности в хромодинамике).  
 $M_X \sim n \times keV$
- Всякая экзотика. Топологические солитоны, зеркальная материя, микро/мини-дыры. . .  $M_X = ?$

## Ограничение по массе для частиц теплой темной материи

В диапазоне температур  $T_f > T > M_X$  частицы уже свободны, но еще релятивистские.

Это приводит к сглаживанию начальных неоднородностей ТМ («перемешивание»)  $\Rightarrow$  амплитуды возмущений на малых масштабах малы.

Перемешивание прекращается при  $T \sim M_X$ . Размер горизонта на этот момент определяет размер областей сейчас, где возмущения плотности подавлены.

Т.к. для теплой ТМ перемешивание кончается на РД стадии  $\Rightarrow$

$$l_{Hor} \sim \frac{1}{H} = \frac{M_{Pl}^*}{T^2} \sim \frac{M_{Pl}^*}{M_X^2} \quad (7.59)$$

Этот размер сейчас:

$$l_{Hor,0} = l_{Hor}(1+z) = l_{Hor} \frac{T}{T_0} \sim \frac{M_{Pl}^*}{M_X T_0} \quad (7.60)$$

Электроны уже нерелятивистские ( $T \lesssim 30$  кэВ):

$$g_* = 2 + \frac{7}{8} \cdot 3 \cdot 2 \cdot \left(\frac{4}{11}\right)^{4/3} = 3.36 \Rightarrow \quad (7.61)$$

$$M_{pl}^* = \frac{M_{Pl}}{1.66\sqrt{g_*}} = 4 \cdot 10^{18} \text{ ГэВ}. \quad (7.62)$$

$$M_X \sim 1 \text{ эВ} \Rightarrow l_{Hor,0} \sim 100 \text{ Мпк} \quad (7.63)$$

– слишком много.

$$M_X \sim 1 \text{ кэВ} \Rightarrow l_{Hor,0} \sim 0.1 \text{ Мпк} \quad (7.64)$$

– разумно, т.к. приводит к структурам типа карликовых галактик  $\Rightarrow$

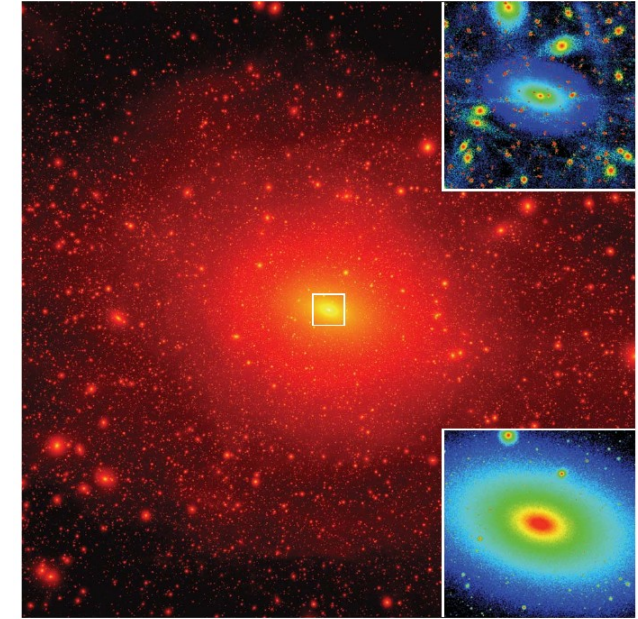
$$M_X \gtrsim 1 \text{ кэВ} \quad (7.65)$$

Теплая темная материя  $1 \text{ кэВ} < M_X < 30 \text{ кэВ}$  не исключена!

Но предпочтительной считается холодная темная материя  $M_X > 30 \text{ кэВ}$

Ограничение сверху на массу «частиц»:  
 $M_X \lesssim 10^3 M_\odot$  – по разрушению звездных скоплений.

## Проблема каспов холодной темной материи



Темная материя должна концентрироваться в компактных сгущениях с «сингулярностями» в центре (cusps, каспы), но никаких признаков каспов в Галактике не обнаружено.

## Закалка числа частиц холодной темной материи

Предположения:

- $X$  стабильны
- Находятся в равновесии до температур  $T < M_X$
- $n_X - n_{\bar{X}} = 0$

При  $T < M_X$ , в равновесии

$$n_X = n_{\bar{X}} = g_X \left( \frac{M_X T}{2\pi} \right)^{3/2} e^{-M_X/T} \quad (7.66)$$

Уменьшение числа частиц ТМ в сопутствующем объеме возможно только за счет аннигиляции:

$X + \bar{X} \rightarrow$  легкие частицы.

После окончания аннигиляции количество частиц в сопутствующем объеме постоянно (с точностью до возможного распада  $X$ ).  $T_f = ?$

Время пробега до аннигиляции

$$\tau = \frac{1}{n_X} \frac{1}{\langle \sigma_{ann} v \rangle} \quad (7.67)$$

Условие замораживания числа частиц  $X$ :

$$\tau(T_f) = \frac{1}{n_X(T_f)} \frac{1}{\langle \sigma_{ann}(T_f) v(T_f) \rangle} = \frac{1}{H(T_f)} \quad (7.68)$$

Аннигиляция в  $s$ -волне (закон Бете):

$$\sigma_{ann}(v) = \frac{\sigma_0}{v}; \quad \sigma_0 = \text{const} \Rightarrow \langle \sigma_{ann} v \rangle = \sigma_0 \Rightarrow \quad (7.69)$$

$$\frac{1}{n_X} \frac{1}{\sigma_0} = \frac{1}{H(T_f)} = \left( \frac{T_f^2}{M_{pl}^*} \right)^{-1} \quad (\text{РД стадия!}) \quad (7.70)$$

Подставляем (7.66) в (7.70):

$$\frac{1}{\sigma_0} \frac{1}{g_X} \left( \frac{2\pi}{M_X T_f} \right)^{3/2} e^{M_X/T_f} = \frac{M_{Pl}^*}{T_f^2} \Rightarrow \quad (7.71)$$

$$\frac{M_X}{T_f} = \ln \left[ \frac{g_X}{(2\pi)^{3/2}} \sigma_0 M_X M_{Pl}^* \cdot \left( \frac{M_X}{T_f} \right)^{1/2} \right] \quad (7.72)$$

Уравнение типа

$$x = \ln(Ax^\alpha) \quad (7.73)$$

$A = ?$

Область взаимодействия  $a^2 \sim \sigma_0$

$$a \sim \lambda_C(M_X) = \frac{1}{M_X} \Rightarrow \Rightarrow \sigma_0 M_X M_{Pl}^* \sim \frac{M_{Pl}^*}{M_X} \gtrsim 10^{13}; \quad \ln(A) \gtrsim 30 \quad (7.74)$$

Решаем (7.73) методом итераций,  $\alpha = 1/2$ :

$$x_0 = 1 \quad (7.75)$$

$$x_1 = \ln(A) \quad (7.76)$$

$$x_2 = \ln(A) + 0.5 \ln(\ln(A)) \quad (7.77)$$

$0.5 \ln(\ln(A)) \sim 1.5 \Rightarrow$  можно ограничиться приближением  $x_1$  («решение в логарифмическом порядке»)  $\Rightarrow$

$$\frac{M_X}{T_f} \approx \ln \left[ \frac{g_X}{(2\pi)^{3/2}} \sigma_0 M_X M_{Pl}^* \right] \Rightarrow \quad (7.78)$$

$$T_f = \frac{M_X}{\ln \left[ \frac{g_X}{(2\pi)^{3/2}} \sigma_0 M_X M_{Pl}^* \right]} \quad (7.79)$$

$$T_f = \frac{M_X}{\ln \left[ \frac{g_X}{(2\pi)^{3/2} \sigma_0 M_X M_{Pl}^*} \right]} \quad (7.80)$$

Знаменатель  $\gtrsim 30 \Rightarrow T_f \ll M_X \Rightarrow$  ТМ действительно холодная.

По формуле (7.80), подбирая подходящий вес  $g_*$ :

$M_X$	$T_f$	$t_f$
1 ГэВ	0.048 ГэВ	$1 \cdot 10^{-4}$ сек
100 ГэВ	3.9 ГэВ	$1.6 \cdot 10^{-8}$ сек
10 ТэВ	330 ГэВ	$2.2 \cdot 10^{-12}$ сек