

Лекция 6

Фазовые переходы в ранней Вселенной. Бариогенезис. Закалка нейтрино. Закалка нейтронов. Нуклеосинтез.

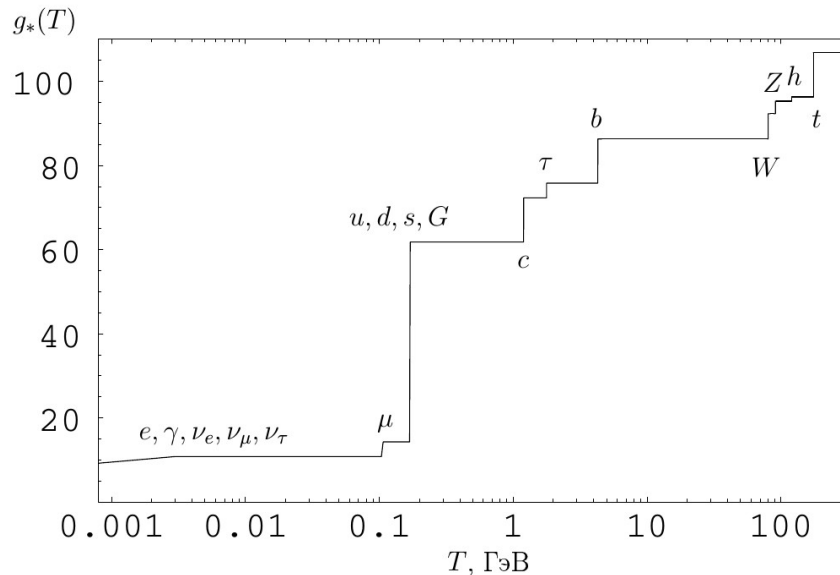
Частицы стандартной модели и $g_*(T)$

$$\rho = g_* \frac{\pi^2}{30} T^4 \quad (6.1)$$

$$g_* = \sum_{\text{бозоны}} g_i + \frac{7}{8} \sum_{\text{фермионы}} g_i \quad (6.2)$$

Лептоны		Кварки	
$\nu_e(?)$	$e(0.511 \text{ МэВ})$	$u(1.5-3.0 \text{ МэВ})$	$d(3.0-7.0 \text{ МэВ})$
$\nu_\mu(?)$	$\mu(105.7 \text{ МэВ})$	$c(1.15-1.35 \text{ ГэВ})$	$s(0.07-0.12 \text{ ГэВ})$
$\nu_\tau(?)$	$\tau(1.78 \text{ ГэВ})$	$t(169.3-173.5 \text{ ГэВ})$	$b(4.1-4.3 \text{ ГэВ})$
Калибровочные бозоны			
$\gamma(0)$	$G(0)$	$Z(91.2 \text{ ГэВ})$	$W(80.4 \text{ ГэВ})$
Бозон Хиггса $h(125 \text{ ГэВ})$			

$$X - \text{бозон: } m_X \sim 10^{15} \div 10^{16} \text{ ГэВ (?) } \quad (6.3)$$



Фазовые переходы в ранней Вселенной

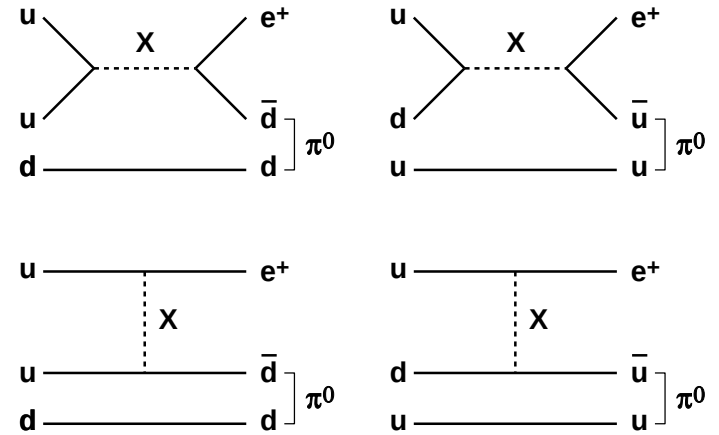
Очень высокие температуры, РД-стадия (см. (4.99))

$$H(T) = \frac{T^2}{M_{Pl}^*}; \quad M_{Pl}^* = \frac{M_{Pl}}{1.66\sqrt{g_*}}; \quad t = \frac{1}{2H} \quad (6.4)$$

1. Фазовый переход GUT

ТВО приводят к нестабильности протона

$$p \rightarrow e^+ + \pi^0 \quad (6.5)$$



Ширина распада протона:

$$\tau_p > 10^{32} \text{ лет}; \quad \Gamma_p = \frac{1}{\tau_p} \sim \frac{\alpha_X^2}{M_X^4} m_p^5, \quad \alpha_X = \frac{g_X^2}{4\pi} \quad (6.6)$$

g_X – константа связи, в амплитуде в каждой вершине

$\alpha_X \sim 1$

$1/M_X^2$ – в амплитуде пропагатора X

m_p^5 – по размерности

$$M_X \sim (\alpha_X^2 m_p^5 \tau_p)^{1/4} \Rightarrow M_X \gtrsim 10^{16} \text{ ГэВ} \quad (6.7)$$

Масса M_X возникает от спонтанного нарушения симметрии при $T_{GUT} \sim 10^{16}$ ГэВ. ★

$$g_* \sim 200 \text{ при } T > T_{GUT} \Rightarrow t_{GUT} \sim 10^{-39} \text{ сек} \quad \star$$

$$S(GUT) \rightarrow SU(3)_c \times SU(2)_W \times U(1) \quad (6.8)$$

GUT-перехода могло и не быть, т.к. инфляция могла закончиться при более низкой температуре.

2. Электрослабый фазовый переход

$$M_W \approx 80 \text{ ГэВ}, M_Z \approx 91 \text{ ГэВ} \Rightarrow T_W \approx 100 \text{ ГэВ} \quad (6.9)$$

$$T > T_W \Rightarrow g_* \sim 100 \Rightarrow t_W = 10^{-11} \div 10^{-10} \text{ сек} \quad (6.10)$$

$$SU(3)_c \times SU(2)_W \times U(1) \rightarrow SU(3)_c \times U(1)_{em} \quad (6.11)$$

3. Конфайнмент кварков и образование кваркового конденсата. Адронизация

$$T_{QCD} \approx 170 \text{ МэВ} \quad (6.12)$$

$$g_* \approx 60 \Rightarrow t_{QCD} \sim 10^{-5} \text{ сек} \quad (6.13)$$

Два события:

1. Конфайнмент кварков, «адронизация»
2. Нарушение киральной симметрии кварков – кварки u, d, s обретают массы (кварковый конденсат)

Порядок следования неизвестен.

Типы и механизмы фазовых переходов

Механизм Хиггса

- Фазовый переход является результатом возникновения ненулевого среднего чего-то, например – поля $\langle \varphi \rangle_T$ при снижении температуры до некоторого критического значения.
- Равновесное значение поля минимизирует большой ТД потенциал

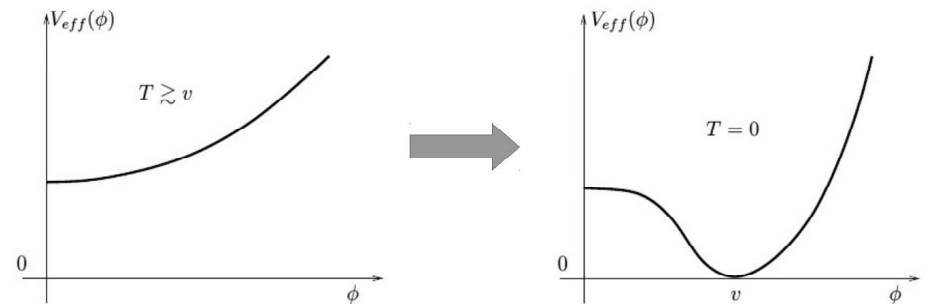
$$\Phi_G = U - TS - \mu N \quad (6.14)$$

На РД-стадии $\mu \sim 0$. Остается свободная энергия:

$$F = U - TS = \Omega V_{eff}(T, \varphi) \quad (6.15)$$

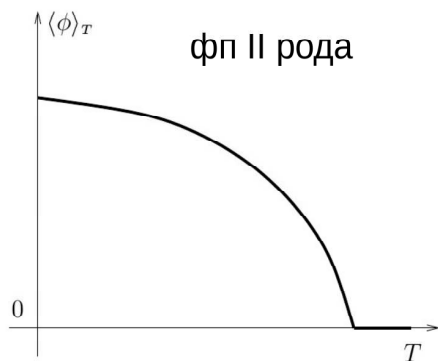
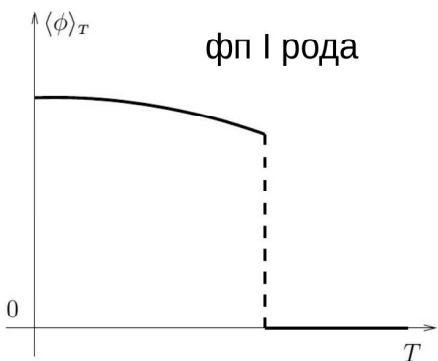
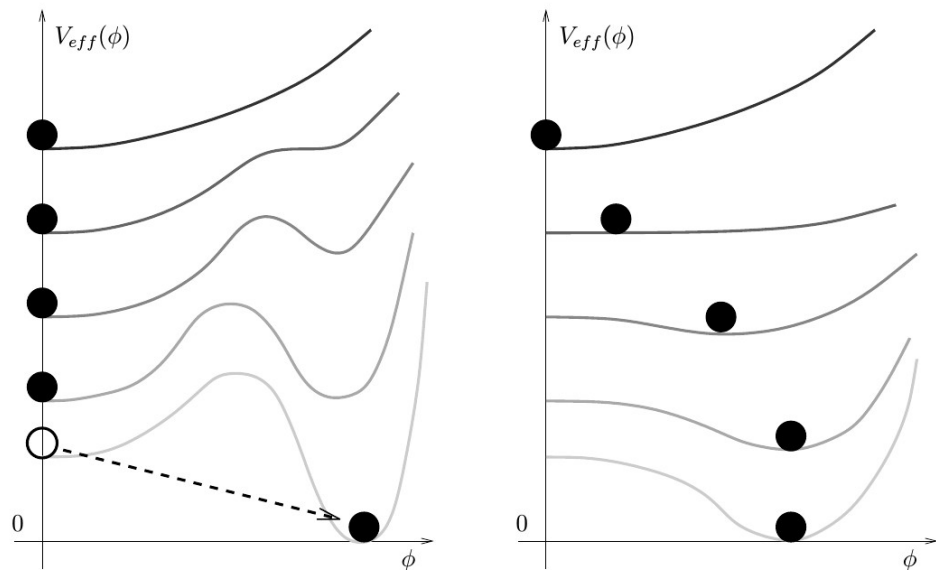
Ω – объем, $V_{eff}(T, \varphi)$ – эффективный потенциал поля при температуре T .

Симметрия, существующая при больших температурах ($T > v$), может быть нарушена при $T = 0$:



Вопрос: как именно происходит трансформация $\langle \varphi \rangle_{T=0} \rightarrow \langle \varphi \rangle_{T \neq 0}$?

Фазовые переходы I и II рода



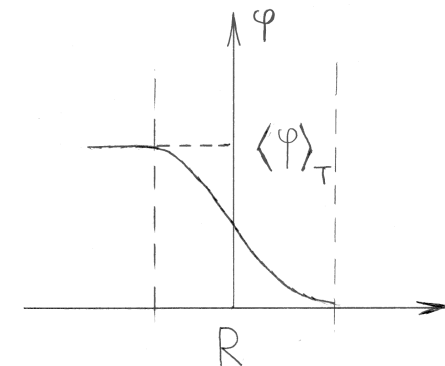
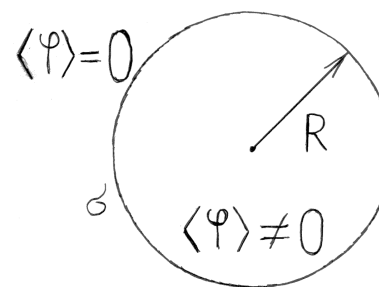
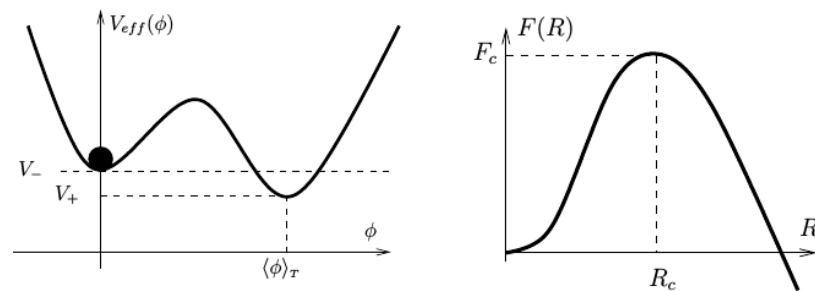
Кроссовер – похоже на I рода, но нет резкого скачка

- Пример первого рода – жидкость \rightarrow пар
- Примеры II рода – точка Кюри, киральный переход QCD
- Пример кроссовера – вода \rightarrow пар при высоких давлениях

Ф.п. II рода происходит плавно во всем пространстве.

Ф.п. I рода во всем пространстве произойти не может, т.к. должен быть преодолен потенциальный барьер свободной энергии.

Ф.п. I рода: Вероятность образования пузыря новой фазы



Баланс объемной и поверхностной энергии:

$$\Delta V = V_+ - V_- \quad (6.16)$$

$$F(R) = 4\pi R^2 \sigma - \frac{4\pi}{3} R^3 \Delta V \quad (6.17)$$

Если $R < R_c$ пузырек схлопывается
 Если $R > R_c$ пузырек растет $\Rightarrow R_c$ – критический пузырек

$$\frac{\partial F}{\partial R} = 0 \rightarrow R_c; \quad R_c = \frac{2\sigma(T)}{\Delta V(T)} \quad (6.18)$$

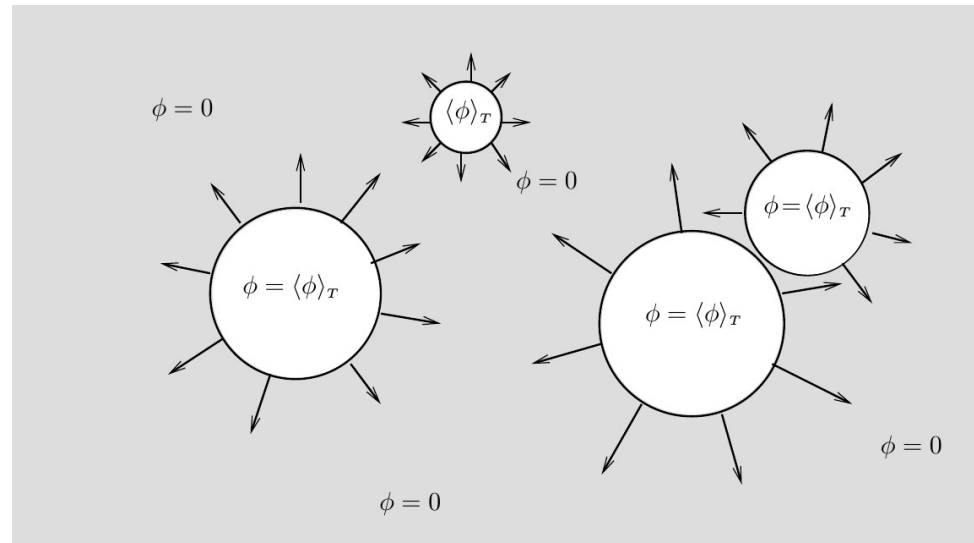
$$F_c(T) = 4\pi \left(\frac{2\sigma}{\Delta V} \right)^2 \sigma - \frac{4\pi}{3} \left(\frac{2\sigma}{\Delta V} \right)^3 \Delta V = \frac{16\pi}{3} \frac{\sigma^3}{\Delta V^2} \quad (6.19)$$

Вероятность флуктуации в единицу времени в единице объема до F_c : больцмановский множитель + размерность:

$$\Gamma \sim AT^4 e^{-F_c/T} \quad (6.20)$$

A слабо зависит от T , справедливо при $F_c \gg T$ (Формула Аррениуса)

Для перехода необходимо существенное переохлаждение ($\phi = 0, \Delta V > 0$).



• Условие перехода: вероятность образования 1 пузыря в хаббловском объеме за хаббловское время ~ 1 :

$$AT^4 e^{-F_c/T} \sim H^4(T) = \left(\frac{T^2}{M_{Pl}^*} \right)^4 \Rightarrow \frac{1}{T} = \frac{1}{F_c(T)} \ln \left[A \left(\frac{M_{Pl}^*}{T} \right)^4 \right] \quad (6.21)$$

Как считать температуру перехода

- Используя какую-то технику (аналитику, расчеты на решетке) считать $V_{eff}(T, \varphi)$
- Через $V_{eff}(T, \varphi)$ считать $\Delta V(T)$
- Считать $\sigma(T)$ (вариационная задача: профиль $\varphi(r)$ вблизи $r = R$ должен минимизировать свободную энергию)
- Через $\Delta V(T)$ и $\sigma(T)$ найти $F_c(T)$ (формула (6.19))
- Решать относительно T уравнение (6.21) $\rightarrow T_c$

Пример: электрослабый переход (на что это может быть похоже)

$$T \sim 100 \text{ ГэВ} \quad (6.22)$$

$$R_c \sim \frac{1}{T} \sim 10^{-15} \div 10^{-16} \text{ см} \quad (6.23)$$

$$H^{-1} = \frac{M_{Pl}^*}{T^2} \sim 1 \text{ см} \quad (6.24)$$

1 пузырек размером 10^{-15} см в 1 см^3 .

Пузырьки сливаются и заполняют все пространство.

Для $m_H = 125 \text{ ГэВ}$ может иметь место не ф.п. I рода, а гладкий кроссовер.

Бариогенезис – генерация барионной асимметрии

Два основных варианта:

1. На фазе постинфляционного разогрева.
2. На этапе горячего Большого взрыва.

Рассматриваем только вариант 2.

Предполагается динамическая генерация избытка барионов

$$\Delta_B = \frac{n_B - n_{\bar{B}}}{s} \approx 0.86 \cdot 10^{-10} \quad (6.25)$$

из первоначально симметричного состояния.

Условия Сахарова:

1. Несохранение барионного числа
2. Нарушение ТД-равновесия
3. Нарушение CP -инвариантности

1. – очевидно.

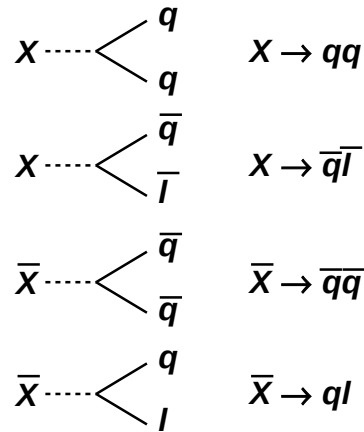
2. – следует из 1. Если барионное число не сохраняется, то в состоянии равновесия число барионов было бы равно числу антибарионов, так как в состоянии равновесия концентрации вообще всех ультрарелятивистских частиц одинаковы, если ничто не мешает им превращаться друг в друга.

3. – нетривиально.

Существует ~ 10 моделей бариогенезиса. Рассматриваем только одну:

GUT бариогенезис

Те же частицы X , $M_X \sim 10^{16}$ ГэВ, которые могут приводить к распаду протона, сами могут распадаться на кварки и лептоны:



Из-за CP -нарушения парциальные вероятности каналов могут не совпадать:

$$P(X \rightarrow qq) = r \quad (6.26)$$

$$P(X \rightarrow \bar{q}l) = 1 - r \quad (6.27)$$

$$P(\bar{X} \rightarrow \bar{q}\bar{q}) = \bar{r} \quad (6.28)$$

$$P(\bar{X} \rightarrow ql) = 1 - \bar{r} \quad (6.29)$$

Если было $n_X = n_{\bar{X}}$, то после распада X -частиц образуется избыток барионного заряда:

$$\begin{aligned}
 n_B &= n_X r \cdot \frac{2}{3} + n_X (1 - r) \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) + \\
 &+ n_X \bar{r} \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) + n_X (1 - \bar{r}) \cdot \frac{1}{3} = \\
 &= n_X (r - \bar{r}) \quad (6.30)
 \end{aligned}$$

Распадов X и \bar{X} должно быть больше, чем рождений! (неравновесие)

Температура GUT-бариогенезиса $10^{15} \div 10^{16}$ ГэВ (как и фазовый переход GUT)

Интересная возможность: если CP -нарушение зависит от пространства (например, является результатом спонтанного нарушения симметрии), то могут образоваться домены вещества и антивещества.

Закалка нейтрино

Температура – МэВы

e^-, e^+ – ультрарелятивистские

μ, τ – уже проаннигилировали

Барионы – нерелятивистские

Процессы: $\nu + e \rightleftharpoons \nu + e$ рассеяние
 $\nu + \nu \rightleftharpoons \nu + \nu$ рассеяние
 $\nu + \bar{\nu} \rightleftharpoons e^+ + e^-$ аннигиляция

Сечение процессов, по размерности:

$$G_F = 1.17 \cdot 10^5 \text{ ГэВ}^{-2} \quad (6.31)$$

$$\sigma_\nu \sim G_F^2 E^2 [\text{ГэВ}^{-4} \cdot \text{ГэВ}^2 = \text{ГэВ}^{-2}] \quad (6.32)$$

Время свободного пробега

$$\begin{aligned} \tau_\nu &= \frac{1}{\langle \sigma_\nu v n \rangle} = \backslash v \sim 1 \backslash = \frac{1}{\sigma_\nu n} = \\ &= \backslash n_i = \frac{3}{4} g_i \frac{\zeta(3)}{\pi^2} T^3 \backslash \sim \frac{1}{\sigma_\nu T^3} \sim \frac{1}{G_F^2 T^5} \end{aligned} \quad (6.33)$$

Хаббловское время

$$\frac{1}{H} = \frac{M_{Pl}^*}{T^2}; \quad g_* = 2 + \frac{7}{8}(2+2) + 3 \cdot 2 \cdot \frac{7}{8} \backslash \gamma, e^\pm, \nu \backslash \quad (6.34)$$

Условие закалки ν :

$$\tau_\nu \sim \frac{1}{H} \Rightarrow \frac{1}{G_F^2 T^5} \sim \frac{M_{Pl}^*}{T^2} \quad (6.35)$$

$$T_{\nu,f} \sim \sqrt[3]{\frac{1}{G_F^2 M_{Pl}^*}} = 1.2 \text{ МэВ} \star \quad (6.36)$$

Возраст Вселенной для $T_{\nu,f}$

$$t_{\nu,f} = \frac{1}{2H} = \frac{1}{2} \frac{M_{Pl}^*}{T_{\nu,f}^2} = 0.85 \text{ сек} \quad (6.37)$$

Функция распределения по импульсам для газа не взаимодействующих частиц
(как ν после закалки).

Функции распределения *не равновесные*.

Плоская метрика:

$$ds^2 = dt^2 - a^2(t) \delta_{ij} dx_i dx_j \quad (6.38)$$

\mathbf{X}, \mathbf{p} – физические координаты и импульс
 $f(\mathbf{X}, \mathbf{p}) d^3 \mathbf{X} d^3 \mathbf{p}$ – число частиц в элементе фазового объема $d^3 \mathbf{X} d^3 \mathbf{p}$.

Однородное пространство $\Rightarrow f$ зависит только от \mathbf{p}

Координатные импульсы не зависят от времени; координатный объем постоянен \Rightarrow

$$f_0(\mathbf{k}) d^3 \mathbf{x} d^3 \mathbf{k} = \text{const} \quad (6.39)$$

Но

$$d^3 \mathbf{x} d^3 \mathbf{k} = d^3(a\mathbf{x}) d^3 \left(\frac{\mathbf{k}}{a} \right) = d^3 \mathbf{X} d^3 \mathbf{p} \quad (6.40)$$

– координатный фазовый объем совпадает с физическим и не меняется \Rightarrow

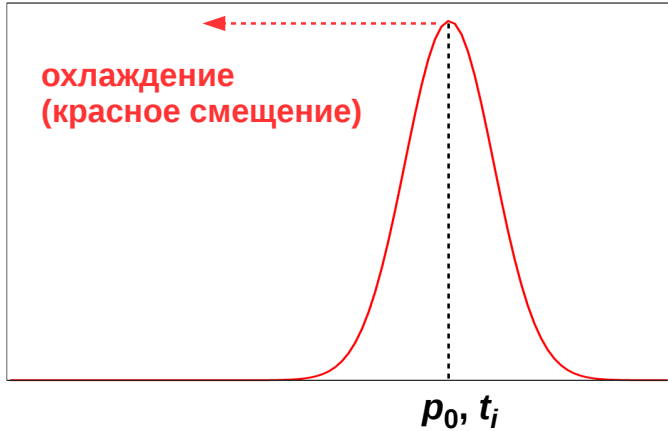
$$f(\mathbf{p}, t) d^3 \mathbf{X} d^3 \mathbf{p} = f_0(\mathbf{k}) d^3 \mathbf{x} d^3 \mathbf{k} |_{\mathbf{k}=a(t)\mathbf{p}} \quad (6.41)$$

$$f(\mathbf{p}, t) = f_0(\mathbf{k}) |_{\mathbf{k}=a(t)\mathbf{p}} = f_0(a(t)\mathbf{p}) \quad (6.42)$$

$$f(\mathbf{p}, t_i) \equiv f_i(\mathbf{p}) = f_0(a(t_i)\mathbf{p}) \quad (6.43)$$

$$\begin{aligned} f(\mathbf{p}, t) = f_0(a(t)\mathbf{p}) &= f_0\left(a(t_i) \left[\frac{a(t)}{a(t_i)}\mathbf{p}\right]\right) = \\ &= f_i\left(\frac{a(t)}{a(t_i)}\mathbf{p}\right) \end{aligned} \quad (6.44)$$

$$f(\mathbf{p}, t) = f_i\left(\frac{a(t)}{a(t_i)}\mathbf{p}\right) \quad (6.45)$$



Сейчас:

$$T_\nu(t_0) = T_{\nu,f} \frac{a(t_{\nu,f})}{a(t_0)} = \frac{T_{\nu,f}}{1 + z_{\nu,f}} \quad (6.46)$$

- Сначала T_ν и T_γ падают одинаково.
- После закалки нейтрино, $T_{\nu,f} = 1.2 \text{ МэВ}$ остается много e^\pm , которые аннигилируют **позже** и дополнительно подогревают газ фотонов.

На сколько?

Сохранение энтропии:

$$s = g_* \frac{4\pi^2}{90} T^3; \quad sa^3(t) = \text{const} \Rightarrow \quad (6.47)$$

$$g_*(T) a^3 T^3 = \text{const} \quad (6.48)$$

После закалки ν , но перед аннигиляцией e^+, e^- в электрон-фотонную энтропию дают вклад γ, e^+, e^- :

$$g_*^{em}(\text{before}) = 2 + \frac{7}{8}(2 + 2) = \frac{11}{2} \quad (6.49)$$

После аннигиляции e^+, e^- :

$$g_*^{em}(\text{after}) = 2 \Rightarrow \quad (6.50)$$

a меняется мало за время аннигиляции

$$g_*^{em}(\text{before}) a^2 T_{\nu,\gamma}^3 = g_*^{em}(\text{after}) a^2 T_\gamma^3 \Rightarrow \quad (6.51)$$

$$\frac{T_\gamma^3}{T_{\nu,\gamma}^3} = \frac{g_*^{em}(\text{before})}{g_*^{em}(\text{after})} = \frac{11/2}{2} = \frac{11}{4} \Rightarrow \quad (6.52)$$

$$\frac{T_\gamma}{T_\nu} = \left(\frac{11}{4}\right)^{1/3} \quad (6.53)$$

Сейчас:

$$T_\nu = \frac{2.73 \text{ K}^\circ}{(11/4)^{1/3}} = 1.95 \text{ K}^\circ \quad (6.54)$$

Релятивистская ф.р. ν заморожена \Rightarrow
 Плотность реликтовых нейтрино каждого типа
 (частицы + античастицы)

$$n_\nu = \frac{3}{4} \cdot 2 \cdot \frac{\zeta(3)}{\pi^2} T_\nu^3 = 112 \text{ см}^{-3} \star \quad (6.55)$$

(даже если нейтрино массивные и сейчас нерелятивистские!)

Ограничение сверху на массу нейтрино
 $m_\nu \gg T_\nu$

$$\rho_{\nu_i} \cong m_{\nu_i} n_\nu \quad (6.56)$$

$$\Omega_{\nu_i} = \frac{\rho_{\nu_i}}{\rho_c} = \frac{m_{\nu_i} \times 112 \text{ см}^{-3}}{1.88 \cdot 10^{-29} h^2 \Gamma / \text{см}^3} = \frac{m_{\nu_i}}{1 \text{ эВ}} \times 0.01 h^{-2} \star \quad (6.57)$$

Потребуем $\sum \Omega_{\nu_i} < \Omega_M \Rightarrow$

$$\sum_i m_{\nu_i} 0.01 h^{-2} < \Omega_M \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sum_i m_{\nu_i} < 100 h^2 \Omega_M \text{ эВ} \approx 14 \text{ эВ} \quad (6.58)$$

(современное ограничение по всем наблюдениям:
 $\sum m_{\nu_i} \lesssim 1 \text{ эВ}$)

Закалка нейтронов

При высоких температурах и плотностях n и p находятся в равновесии за счет слабых процессов

$$p + e^- \leftrightarrow n + \nu_e, \quad n + e^+ \leftrightarrow p + \bar{\nu}_e \quad (6.59)$$

Характерные масштабы энергии:

$$\begin{aligned} \Delta m &= m_n - m_p = 1.3 \text{ МэВ} \\ m_e &= 0.51 \text{ МэВ} \end{aligned} \quad (6.60)$$

Будем считать $T > \Delta m, m_e$

$$\sigma_{pn} \sim G_F^2 E^2; \quad \tau_{pn} = \frac{1}{\sigma_{pn} v n} \sim \frac{1}{G_F^2 T^5} \quad (6.61)$$

τ_{pn} определяется электронами и нейтрино, которые УР.

Закалка нейтронов:

$$\tau_{np} \sim \frac{1}{H} = \frac{T^2}{M_{Pl}^*} \quad (6.62)$$

Релятивистские γ, e^\pm, ν :

$$g_* = 2 + \frac{7}{8} \cdot 4 + \frac{7}{8} \cdot 2 \cdot 3 \quad (6.63)$$

– точно как для закалки ν , и снова

$$T_{n,f} \sim \sqrt[3]{\frac{1}{G_F^2 M_{Pl}^*}} = 1.2 \text{ эВ} \quad (6.64)$$

Но это противоречит предположению $T_{n,f} > \Delta m$!

Более точное значение (из кинетических уравнений):

$$T_{n,f} \approx 0.8 \text{ МэВ}, \quad t_{n,f} \approx 2.5 \text{ сек} \quad (6.65)$$

Остаточная концентрация нейтронов

В равновесии

$$\mu_p + \mu_e = \mu_n + \mu_\nu \Rightarrow \mu_n = \mu_p + \mu_e - \mu_\nu \quad (6.66)$$

p, n – нерелятивистские $\Rightarrow \mu_p \sim m_p, \mu_n \sim m_n$
 e, ν – ультрарелятивистские $\Rightarrow \mu_e, \mu_\nu$ – малы

$$\mu_n = \mu_p + \mu_e - \mu_\nu \approx \mu_p \quad (6.67)$$

$$n_p = 2 \left(\frac{m_p T}{2\pi} \right)^{3/2} e^{(\mu_p - m_p)/T} \quad (6.68)$$

$$n_n = 2 \left(\frac{m_n T}{2\pi} \right)^{3/2} e^{(\mu_n - m_n)/T} \quad (6.69)$$

Отсюда

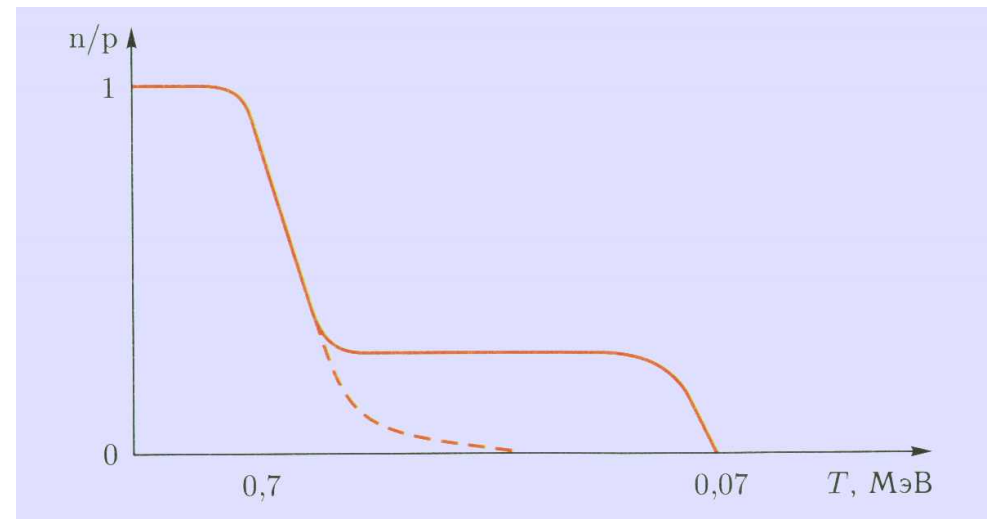
$$\frac{n_n}{n_p} \cong e^{-(m_n - m_p)/T_{n,f}} = e^{-\Delta m/T_{n,f}} \quad (6.70)$$

Для $T_{n,f} = 0.8$ МэВ

$$\frac{n_n}{n_p} = e^{-1.3/0.8} \approx 0.2 \quad (6.71)$$

Отношение через $T_{n,f}$ зависит от g_* , которое зависит от предположения $N_\nu = 3$. Так как n_n/n_p радикально влияет на первичный нуклеосинтез (количество ${}^4\text{He}$) то гипотезы могут быть проверены.

Более точное обоснование $\mu_n \approx \mu_p$ (6.67) требует еще предположения об отсутствии сильной лептонной асимметрии в нейтринном секторе.



Нуклеосинтез

- Рассматриваем задачу синтеза общего ядра A, Z , предполагая, что синтез возможен через некоторую цепочку реакций.
- Рассматриваем только термодинамику реакции предполагая равновесие.

В равновесии:

$$n_n = 2 \left(\frac{m_p T}{2\pi} \right)^{3/2} e^{(\mu_n - m_n)/T} \quad (6.72)$$

$$n_p = 2 \left(\frac{m_p T}{2\pi} \right)^{3/2} e^{(\mu_p - m_p)/T} \quad (6.73)$$

(в предэкспоненциальном множителе не различаем m_n и m_p)

$$\mu_A = \mu_p Z + \mu_n (A - Z) \quad (6.74)$$

(это следствие равновесия)

$$\begin{aligned} n_A &= g_A \left(\frac{A m_p T}{2\pi} \right)^{3/2} e^{(\mu_A - m_A)/T} = \\ &= \backslash \Delta_A = Z m_p + (A - Z) m_n - m_A \backslash = \\ &= g_A \left(\frac{A m_p T}{2\pi} \right)^{3/2} e^{[Z(\mu_p - m_p) + (A - Z)(\mu_n - m_n) + \Delta_A]/T} \end{aligned} \quad (6.75)$$

$$e^{(\mu_p - m_p)/T} = n_p / 2 \left(\frac{m_p T}{2\pi} \right)^{3/2} \Rightarrow \quad (6.76)$$

$$e^{Z(\mu_p - m_p)/T} = \left[n_p / 2 \left(\frac{m_p T}{2\pi} \right)^{3/2} \right]^Z \quad (6.77)$$

$$e^{(A - Z)(\mu_n - m_n)/T} = \left[n_n / 2 \left(\frac{m_p T}{2\pi} \right)^{3/2} \right]^{(A - Z)} \quad (6.78)$$

$$\begin{aligned} n_A &= g_A \left(\frac{A m_p T}{2\pi} \right)^{3/2} \left[\frac{n_p}{2 \left(\frac{m_p T}{2\pi} \right)^{3/2}} \right]^Z \left[\frac{n_n}{2 \left(\frac{m_p T}{2\pi} \right)^{3/2}} \right]^{A - Z} e^{\Delta_A/T} = \\ &= g_A n_p^Z n_n^{A - Z} 2^{-A} A^{3/2} \left(\frac{2\pi}{m_p T} \right)^{\frac{3}{2}(A - 1)} e^{\Delta_A/T} \end{aligned} \quad (6.79)$$

(«Формула Саха»)

Концентрация нуклонов, связанных в ядре (A, Z):

$$\begin{aligned} X_A &\equiv \frac{A \times n_A}{n_B} = \\ &= g_A X_p^Z X_n^{A - Z} n_B^{A - 1} 2^{-A} A^{5/2} \left(\frac{2\pi}{m_p T} \right)^{\frac{3}{2}(A - 1)} e^{\Delta_A/T} \end{aligned} \quad (6.80)$$

При той же самой температуре

$$n_B = \eta_B n_\gamma = \eta_B \times 2 \frac{\zeta(3)}{\pi^2} T^3 = 0.24 \eta_B T^3 \quad (6.81)$$

Подставляем n_B в (6.80):

$$X_A = g_A X_p^Z X_n^{A-Z} 2^{-A} A^{5/2} \eta_B^{A-1} \left(\frac{2.5T}{m_p} \right)^{\frac{3}{2}(A-1)} e^{\Delta_A/T} \quad (6.82)$$

Очень малый множитель:

$$\eta_B^{A-1} \left(\frac{2.5T}{m_p} \right)^{\frac{3}{2}(A-1)} \Rightarrow \quad (6.83)$$

Чтобы X_A было не очень мало нужна температура $T \ll \Delta_A$

Начало ядерного синтеза: реакция $p + n \rightarrow D + \gamma$

• Когда реакция $p + n \rightarrow D + \gamma$ становится термодинамически выгодной? Вот когда:

$$X_D = X_p X_n \sqrt{2} \eta_B \left(\frac{2.5T_{NS}}{m_p} \right)^{3/2} e^{\Delta_D/T_{NS}} \sim 1 \quad (6.84)$$

$\Delta_D = 2.23$ МэВ, $X_p X_n = 0.14$ (после закалки n) \Rightarrow
Численно (начало нуклеосинтеза):

$$T_{NS} \approx 65 \text{ КэВ}; t_{NS} \approx 4.5 \text{ мин} \quad (6.85)$$